Therphot

RAPPEL DE QUELQUES DEFINITIONS

THERMODYNAMIQUES ET PHOTOMETRIQUES UTILES

TEMPERATURE

Il existe plusieurs moyens différents pour définir et déterminer la température d'un milieu. Si la température est un "bon" paramètre physique pour le milieu en question, toute méthode devrait nous donner le même résultat ; par contre, si différentes méthodes donnent différents résultats, le milieu dans son ensemble ne doit pas vérifier entièrement les conditions supposées, et dans ce sens la valeur obtenu ne peut être utilisée dans les relations thermodynamiques (par exemple, PV = RT) qu'avec beaucoup de soin.

DEFINITION DE LA TEMPERATURE D'APRES LA DISTRIBUTION DE MAXWELL-BOLTZMANN

Dans un gaz parfait :

$$dN = N_{tot} \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{3/2} e^{-mv^2/2kT} \cdot 4\pi v^2 dV$$

où :

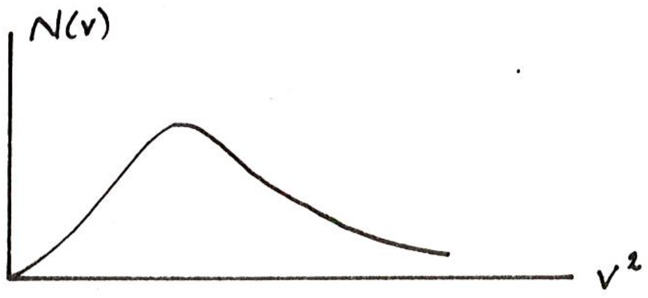
dN = nombre de particules ayant des vitesses entre V et $V + dV$

N_{tot} = nombre total de particules

m = masse d'une particule

T = température

Cette courbe a la forme suivante :



On montre que :

$$m\overline{v^2}/2 = \overline{E_c} = \frac{3}{2}kT$$

$$v(N_{max}) = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$$

$$P = \frac{2}{3} \times \text{densité d'énergie}$$

Donc pour le cas d'un gaz de Boltzmann, trois méthodes pour mesurer la température pourraient être :

(a) D'après la vitesse quadratique moyenne des particules :

$$\left[\overline{v^2}\right]^{1/2} = \left[\frac{3kT}{m}\right]^{1/2}$$

Cette expression est souvent utilisée comme définition de la température ; calculée ainsi (et aussi par la méthode (b), on l'appelle souvent la température cinétique.

Il est bien entendu que l'on peut toujours calculer la valeur de la vitesse quadratique moyenne -toutefois, si les conditions qui donnent la distribution de Maxwell-Boltzmann ne sont pas vérifiées, la température cinétique n'a aucun sens thermodynamique. En particulier, dans un gaz hors équilibre, il est possible que différentes composantes aient différentes températures cinétiques.

(b) D'après la distribution des vitesses :
comparer la distribution expérimentale avec des courbes théoriques pour diverses T afin de trouver le meilleur accord, ou trouver le maximum de la distribution :

$$v(N_{max}) = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$$

La méthode est sujette aux mêmes limitations que (a) ; en tout cas, elle est rarement utile.

(c) D'après la pression :
Si l'on connaît la pression, on peut calculer la densité d'énergie, d'où on trouve T. Cette méthode se révèle utile pour des calculs théoriques où l'on connaît souvent la pression d'après des conditions mécaniques de stabilité. Son application suppose la validité de la distribution de Maxwell-Boltzmann.

DEFINITION DE LA TEMPERATURE D'APRES LA LOI DE PLANCK :

Pour le rayonnement émis par un corps noir :

$$dE_\nu \propto S\nu^3/(e^{h\nu/kT}-1)$$

où :

E_ν = énergie rayonnée à la fréquence ν, dans un intervalle de fréquence unité.

T = température cinétique de la matière avec laquelle le rayonnement est en équilibre thermodynamique

S = surface rayonnante.

La loi de Planck peut être exprimée sous différentes formes selon les conditions expérimentales.

(a) Si $h\nu \ll KT$:

$$e^{h\nu/kT} \rightarrow h\nu/kT$$

d'où :

$$dE_\nu \propto S\nu^2 kT$$

C'est la loi de Rayleigh-Jeans, très utile en radio-astronomie et en astronomie infra-rouge.

(b) Si $h\nu > KT$

$$dE_\nu \propto S\nu^3 e^{-h\nu/kT}$$

C'est l'équation de Wien, souvent utile dans le domaine optique pour les étoiles "ordinaires".

(c) Intégrée sur toutes les fréquences, l'énergie totale rayonnée par un corps noir est donnée par la loi de Stefan :

$$E_{tot} \propto ST^4$$

(d) La longueur d'onde à laquelle l'émission est un maximum est donnée par la loi de Wien :

$$\lambda(E_{max}) = \frac{0.2898}{T} \text{ cm}$$

Nous pouvons utiliser la loi de Planck (ou une de ses variantes) de différentes façons pour déterminer la température ; si le rayonnement est celui du corps noir, chaque méthode donnera le même résultat, et l'on peut utiliser la température dans les relations thermodynamiques. Toutefois, les conditions de corps noir sont rarement vérifiées, et les résultats seront alors différents. Par conséquent, il est commode d'associer à la température calculée à l'aide de chaque méthode un "nom" spécial. Ainsi nous pouvons toujours

(1) D'après la loi de Stefan, en connaissant la surface de l'astre : c'est la température effective T_{eff} :

$$E_{tot} \propto S\, T_{eff}^4$$

(2) D'après l'énergie rayonnée à une fréquence dans une bande passante donnée, en connaissant la surface de l'astre : c'est la température de brillance T_B. On la retrouve souvent en radio-astronomie, où une mesure absolue de l'énergie à une fréquence donnée est relativement facile à réaliser.

(3) D'après la loi de Wien : aucune connaissance de la surface n'est nécessaire -c'est une façon de trouver la température de couleur T_C.

(4) En prenant le rapport de l'émission à deux fréquences différentes :

$$\frac{E(\nu_1)}{E(\nu_2)} = \frac{\nu_1^3 / \left[e^{h\nu/kT} - 1\right]}{\nu_2^3 / \left[e^{h\nu/kT} - 1\right]}$$

Cette expression est indépendante de la surface de l'astre : c'est aussi la température de couleur T_C.

L'expression se simplifie considérablement pour $h\nu > KT$ et $h\nu \ll KT$. T_C est d'un intérêt particulier dans l'astronomie optique, car une mesure absolue de l'énergie n'est pas exigée.

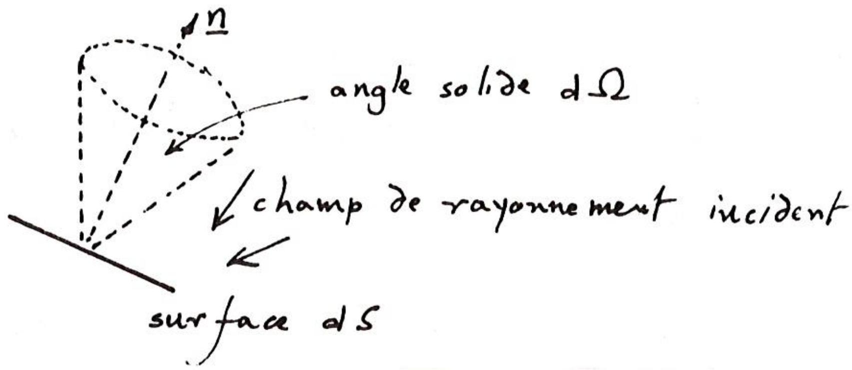
Remarque générale :

Toute mesure de température peut être considérée, en dernier ressort, comme une mesure du flux d'énergie. On peut toujours transformer une énergie en température à l'aide de relations formelles : ceci n'implique pas que le résultat ait un sens physique.

QUELQUES DEFINITIONS PHOTOMETRIQUES

Nous allons définir dans la suite quelques relations en nous rapportant (pour fixer les idées) au rayonnement du corps noir. Si le champ de rayonnement n'est pas celui du corps noir, il suffit de remplacer la quantité "B" dans les expressions suivantes par une expression adéquate.

La brillance du rayonnement :



Considérons une surface dS dans un champ de rayonnement de corps noir isotrope.

Dans un angle solide $d\Omega$ autour de la direction n perpendiculaire à la surface, le flux d'énergie dQ_ν par unité de temps est donné par la loi de Planck :

$$dQ_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\, dS\, d\Omega\, d\nu$$

où :

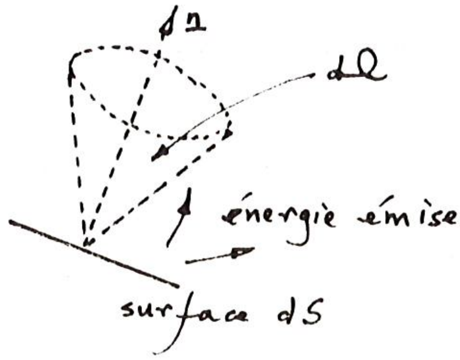
$d\nu$ = intervalle de fréquence.

On appelle la quantité B :

$$B = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} \qquad erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ ster^{-1}\ Hz^{-1}$$

la brillance du rayonnement.

L'Intensité d'émission, la radiance :



Considérons maintenant le cas inverse : une surface dS qui <u>émet</u> du rayonnement de corps noir.

Tout comme avant, dans un angle solide $d\Omega$ autour de la direction <u>n</u> perpendiculaire à la surface, le flux d'énergie émise par unité de temps est donné par la loi de Planck :

$$dQ_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} \cdot dS\, d\Omega\, d\nu$$

Dans ce cas d'émission, on appelle la quantité

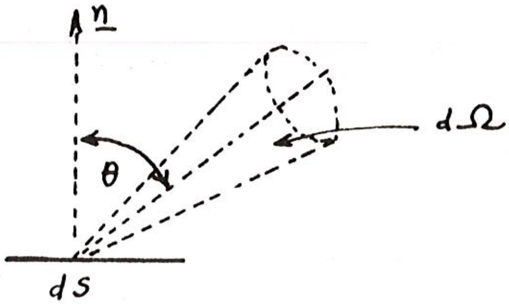
$$\frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} \quad erg\, s^{-1}\, cm^{-2}\, st\acute{e}r^{-1}\, Hz^{-1}$$

<u>l'intensité</u> ou <u>la radiance</u>.

On remarque qu'il n'y a aucune différence entre le cas d'absorption ("brillance") et le cas d'émission ("intensité"); on a seulement deux noms pour distinguer les deux cas.

<u>Cas de surface inclinée</u> :

Considérons une surface dS qui reçoit le rayonnement du corps noir d'un angle solide $d\Omega$ du ciel, autour de la direction θ par rapport à la perpendiculaire <u>n</u>.



En tenant compte de l'inclinaison de la surface par rapport à la direction du centre de rayonnement, on a :

$$dQ_\nu = B \cos\theta\, d\Omega\, d\nu\, dS$$

On aura les même relations pour le cas d'émission.

Puissance spectrale :

Il est souvent commode de considérer l'énergie par unité de bande passante. On aura alors :

$$\frac{dQ_\nu}{d\nu} = d\omega = B \cos\theta \, d\Omega \, dS \qquad erg \; s^{-1} \; Hz^{-1}$$

On appelle $d\omega$ la puissance spectrale.

Dans le cas où la surface est homogène, nous pouvons intégrer sur la surface et on obtient :

$$d\omega = S B \cos\theta \, d\Omega$$

De plus, si l'on reçoit le rayonnement d'un angle solide Ω :

$$\omega = SB \int \cos\theta \, d\Omega$$

$$= SB \int \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

où : ϕ est l'angle polaire.

QUESTION : Trouver une expression pour la puissance spectrale du rayonnement du ciel.

Il est parfois intéressant de connaître la puissance spectrale par unité de surface ; on a alors :

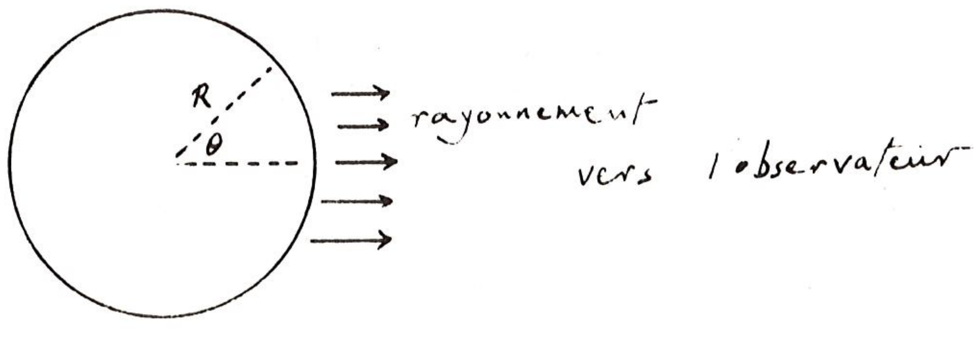
$$\frac{d\omega}{dS} = dF = B \cos\theta \, d\Omega \qquad erg \; s^{-1} \; cm^{-2} \; Hz^{-1}$$

On appelle dF le flux.

Si le rayonnement est dans un angle solide Ω , le flux est :

$$F = B \int_\Omega \cos\theta \, d\Omega$$

Cas particulier d'une source sphérique ayant un rayon R :



Considérons une source sphérique, qui émet à sa surface une radiance B. On remarque que chaque élément de surface est incliné par rapport à la direction de l'observateur; si celui-ci ne peut pas résoudre optiquement la surface, quel est le flux apparent qu'il observe ?

Nous pouvons formellement remplacer la source par un disque, de rayon R, qui émet une intensité moyenne $\bar{B}$ vers l'observateur ; ainsi le flux apparent est donné (si l'observateur est très lointain) par :

$$F_{apparent} = \bar{B}\,\Omega_{source}$$

où :

Ω_{source} = angle solide de la source à la distance de l'observateur.

Par ailleurs on a :

$$\bar{B}\,\pi R^2 = \int B.\,(R^2 d\Omega)\cos\theta$$

d'où :

$$\bar{B} = \frac{1}{\pi}\int B\cos\theta\, d\Omega$$

$$= \frac{F}{\pi}$$

où :

F = flux à la surface de la source.

Donc :

$$F_{apparent} = \frac{F}{\pi}\,\Omega_{source}$$

<u>Flux vers l'extérieur d'une surface émettrice</u> :

$$F = B\int_{hémisphère}\cos\theta\, d\Omega$$

$$= B\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$= \pi B$$

Donc, pour le cas du corps noir, on a :

$$F_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

$$F_{tout\ \nu} = \frac{2\pi h}{c^2}\int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1}\,d\nu$$

$$= \sigma T^4$$

où : $\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \; erg \; cm^{-2} \; s \; K^{4}$

$= cte.$ de Stefan

QUESTION : En remplaçant une source sphérique de surface S par une source ponctuelle qui émet une puissance S π B dans un angle solide 4 π , retrouver $$F_{apparent} = \frac{F}{\pi} \Omega_{source}$$ pour le cas d'un observateur lointain.

Densité de flux d'une source :

On remarque que, comme

$$F = \pi B$$

on a pour une source sphérique :

$$F_{apparent} = \frac{F}{\pi} \Omega_{source}$$

$$= B \, \Omega_{source}$$

$$= \int_{source} B \, d\Omega$$

Plus généralement on définit la quantité

$$S = \int B \, d\Omega$$

que l'on appelle la densité de flux d'une source quelle que soit la forme de la surface émettrice.

La densité de flux est une mesure du flux d'une source discrète qui est "disponible" pour la détection à la position de l'observateur.

MAGNITUDE

L'échelle des "magnitudes" est un moyen (archaïque) commode de comparer les éclats des astres.

Si, pour deux astres (1) et (2) le rapport des flux est donné par S_1/S_2, la différence des magnitudes apparentes $m_1 - m_2$ est définie par

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{S_1}{S_2}$$

Cette échelle a son origine dans l'astronomie grecque ; en effet, Ptolémée avait déjà réparti les étoiles en 6 classes ou "magnitudes", les étoiles les plus brillantes (à l'oeil nu) ayant magnitude 0 et les étoiles les plus faibles ayant la magnitude 6.

Au 19e siècle, on s'était rendu compte que la réponse visuelle n'est pas linéaire en fonction du flux mais varie comme le logarithme (loi de Weber-Fechner) ; par conséquent, l'échelle des magnitudes est logarithmique. Avec le développement de dispositifs de mesure de flux, on a pu constater qu'une différence de 5 magnitudes correspond à un rapport des flux de 100 -ceci nous permet d'étalonner l'échelle :

$$5 = \alpha \log 100$$

d'où :

$$\alpha = 2.5$$

Donc :

$$m_1 - m_2 \qquad 2.5 \log S_1/S_2$$

Remarquons que la détermination d'une magnitude est faite nécessairement par rapport à une autre étoile (ou ensemble d'étoiles) ; en effet, on a choisi certaines étoiles comme "bougies étalons", et toute mesure se rapporte, en dernier ressort, à elles.

Remarquons aussi qu'il y a différentes échelles de magnitude apparente selon le domaine spectral (filtre) utilisé.

INDICE DE COULEUR

C'est la différence de magnitude apparente de la même étoile à deux longueurs d'ondes différentes :

$$ {}^{1}m_{\nu_1} - {}^{1}m_{\nu_2} = -2.5\left[\log\frac{{}^{1}S_{\nu_1}}{{}^{2}S_{\nu_1}} - \log\frac{{}^{1}S_{\nu_2}}{{}^{2}S_{\nu_2}}\right] + \left({}^{2}m_{\nu_1} - {}^{2}m_{\nu_2}\right) $$

$$ = -2.5\left[\log\frac{{}^{1}S_{\nu_1}}{{}^{1}S_{\nu_2}}\cdot\frac{{}^{2}S_{\nu_2}}{{}^{2}S_{\nu_1}}\right] + \left({}^{2}m_{\nu_1} - {}^{2}m_{\nu_2}\right) $$

On voit que S_{ν_1}/S_{ν_2} est fonction de la température de couleur de l'étoile ; par conséquent, à condition d'avoir préalablement trouvé la température de l'étoile étalon et d'avoir défini la valeur ${}^{2}m_{\nu_1} - {}^{2}m_{\nu_2}$ la quantité ${}^{1}m_{\nu_1} - {}^{1}m_{\nu_2}$ indique la température de l'étoile (1).

MAGNITUDE ABSOLUE M

C'est la magnitude apparente qu'aurait l'astre s'il était à une distance de 10 pc. On a donc la relation

$$ m - M = 5 \log r/10 $$

où la distance de l'astre r est exprimée en parsec.

On appelle la quantité m - M le "module de distance" ; elle représente un moyen logarithmique pour exprimer la distance.

MAGNITUDE APPARENTE RADIO m_r

Elle est définie par :

$$ m_r = -2.5 \log S - 53.4 $$

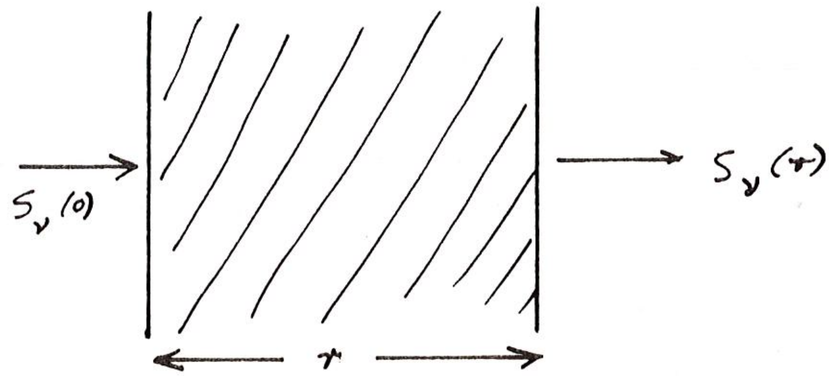
où :

S = flux de la source radio à une fréquence de 158 MHz, exprimé en watt $m^{-2}Hz^{-1}$.

Therphot 12

LE RAYONNEMENT EMIS PAR LES MILIEUX SEMI-OPAQUES

Considérons d'abord un milieu d'épaisseur x, sur lequel est incident perpendiculairement un faisceau de rayonnement ayant la densité de flux $S_\nu(0)$ ($erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ Hz^{-1}$). Après avoir traversé l'épaisseur r, la densité de flux est $S_\nu(x)$:



Dans la suite, il est sous-entendu que les flux, brillances etc... se rapportent à la fréquence ν ; on n'écrira plus l'indice ν.

Considérons une épaisseur infinitésimale dr du milieu. Si le milieu absorbe le rayonnement (par un processus quelconque classique ou quantique), il y a un changement du flux ds par suite du passage à travers dr ; ce changement :

- est proportionnel au flux incident ;
- " " à la quantité de matière traversée.

$$dS \propto -S \rho\, dr$$

où : ρ = densité du milieu. On appelle la constante de proportionnalité "<u>le coefficient d'opacité</u>" κ :

$$dS = -\kappa \rho S\, dr$$

Définie par cette expression, κ est exprimé par unité de masse ; ses unités sont donc $cm^2\ g^{-1}$. κ est en général fonction de la fréquence, car il dépend des processus qui réalisent l'absorption.

Donc :

$$\frac{dS}{S} = -\kappa\rho\, dr$$

d'où :

$$S(r) = S(0)\, e^{-\int_0^r \kappa\rho\, dr}$$

$$= S(0)\, e^{-\kappa\rho r}$$

si la densité est constante.

On appelle la quantité $\kappa\rho r$ (ou $\int_0^r \kappa\rho\, dr$) "la profondeur optique", souvent indiquée dans les ouvrages astronomiques par le symbole τ :

$$S(r) = S(0)\, e^{-\tau}$$

On remarque que pour $\tau \gtrsim 2$, l'extinction du faisceau incident est presque complète.

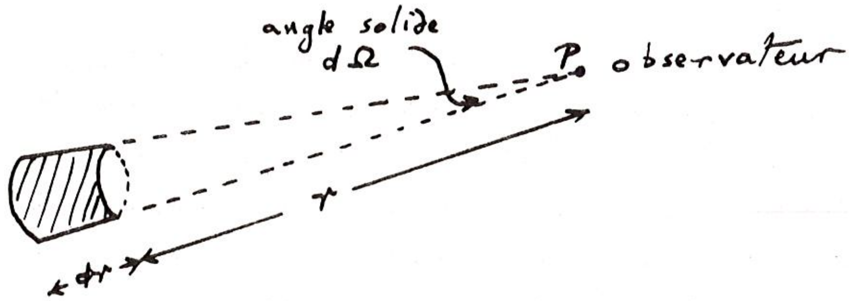
Si le faisceau est dû au rayonnement d'une source ayant un angle solide Ω à l'observateur, on a aussi une expression analogue pour la brillance B :

$$B = S/\Omega$$

d'où :

$$B_{source}(r) = B_{source}\, e^{-\tau}$$

Considérons maintenant un milieu émetteur :



Un cylindre élémentaire, de longueur dr, et de volume dv émet, dans un angle solide 4π et dans une bande de $1\ Hz$, une puissance spectrale $d\omega$ qui est proportionnelle à la quantité de matière contenue dans le cylindre.

$$d\omega \propto \rho\, dv$$

$$= j\rho\, dv$$

On appelle la quantité j "<u>le coefficient d'émission</u>" ; ses unités sont $erg\ g^{-1}\ Hz^{-1}$

j est en général fonction de la fréquence ; il dépend des processus qui produisent le rayonnement.

La densité de flux S est définie par la puissance spectrale par unité de surface au point d'observation P ; on a alors :

$$dS = \frac{dw}{4\pi r^2} = \frac{j\rho\, dV}{4\pi r^2}$$

Donc, la brillance de cet élément de volume est dB :

$$dB = dS/d\Omega$$

$$= \frac{j\rho\, dV}{4\pi r^2 d\Omega}$$

$$= \frac{j\rho\, r^2 dr\, d\Omega}{4\pi r^2 d\Omega}$$

$$= \frac{1}{4\pi} j\rho\, dr$$

Ce calcul a été fait sans tenir compte de l'absorption du milieu entre dV et P ; si le coefficient d'opacité est K, on aura :

$$dB = \frac{j\rho\, dr}{4\pi} e^{-K\rho r}.$$

où pour simplifier la démarche, on a supposé que la densité ne varie pas en fonction de r.

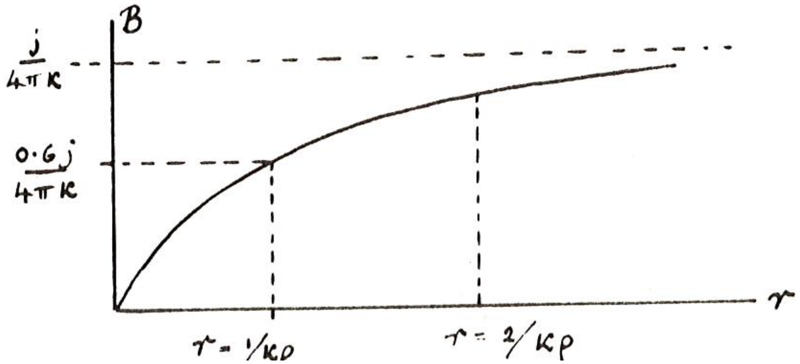
Il s'ensuit que la brillance d'une épaisseur r du milieu est donnée par :

$$B = \frac{j\rho}{4\pi} \int_0^r e^{-K\rho r} dr$$

$$= \frac{j}{4\pi K}\left[1 - e^{-K\rho r}\right] = \frac{j}{4\pi K}\left[1 - e^{-\tau}\right]$$

où nous avons supposé aussi que le coefficient d'émission ne varie pas en fonction de r.

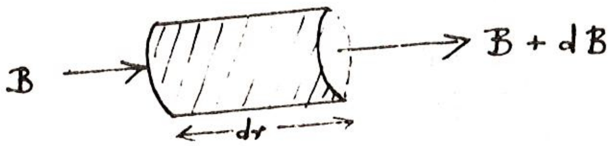
On remarque que la brillance tend vers une limite, égale à $\frac{j}{4\pi K}$ pour $\tau \to \infty$; de plus, déjà à $\tau \approx 2$ elle a atteint presque sa valeur maximale.



Donc, nous pouvons dire que la quasi-totalité de l'émission d'un milieu étendu vient de la première couche de profondeur optique $\approx$ 2.

Equation de transfert.

Considérons un élément de volume dv, de longueur dr, à l'intérieur d'un milieu émissif et absorbant.



A travers cet élément de volume, il y a un changement de brillance dB dû à :

- l'absorption dans l'élément $= - B\kappa\rho\, dr$
- l'émission de l'élément $= \dfrac{j\rho\, dr}{4\pi}$

Le bilan total est donc :

$$dB = - B\kappa\rho\, dr + \frac{j\rho\, dr}{4\pi}$$

d'où :

$$\frac{dB}{dr} + \kappa\rho B = \frac{j\rho}{4\pi}$$

On appelle cette équation, qui décrit le changement du rayonnement au cours de son passage "l'équation de transfert" ; de façon général, on trouve la solution par intégration (analytique ou numérique) en tenant compte des conditions limites.

Nous avons déjà trouvé deux solutions particulières :

- une source de brillance intrinsèque B_s derrière un nuage absorbant d'épaisseur r :

$$B = B_s\, e^{-\kappa\rho r}$$

- un nuage émissif / absorbant.

$$B = \frac{j}{4\pi\kappa}\left(1 - e^{-\kappa\rho r}\right)$$

On voit alors qu'un troisième cas courant une source de brillance intrinsèque B_s derrière un nuage émissif / absorbant aura la solution :

$$B = B_s\, e^{-\kappa\rho r} + \frac{j}{4\pi\kappa}\left(1 - e^{-\kappa\rho r}\right)$$

Nous avons supposé que j, κ, ρ ne varient pas avec r ; si ce n'est pas le cas, il faut faire les intégrations indiquées avant.

Cas particulier à l'intérieur d'un milieu.

Considérons un endroit à l'intérieur d'un milieu tel que le flux est nul. Un exemple idéal serait l'intérieur d'une enceinte fermée ; un autre serait l'intérieur d'un milieu très opaque.

Dans ce cas :

$$dB = 0$$

et l'équation de transfert se simplifie :

$$B\kappa\rho\, dr = \frac{j\rho}{4\pi}\, dr$$

d'où :

$$B = \frac{j}{4\pi\kappa}$$

Or, les conditions d'équilibre supposées sont aussi celles pour laquelle le rayonnement vérifie la loi de Planck ; on a donc :

$$B = \frac{2h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

d'où :

$$\frac{j}{4\pi\kappa} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Cette relation entre les pouvoirs émissifs et absorbants d'un milieu s'appelle "la loi de Kirchoff".

Les valeurs de j et de κ dépendent seulement de la nature de l'interaction entre le rayonnement et les atomes dont le milieu est composé. Donc, bien que le rapport ait été trouvé pour le cas particulier d'équilibre thermodynamique entre le rayonnement et la matière, le résultat en est indépendant ; la relation :

$$\frac{j}{4\pi\kappa} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

est valable que le milieu soit en équilibre avec le rayonnement ou non - la seule condition soit la possibilité de définir localement une température unique pour le milieu (par exemple, la température cinétique).

On appelle cette condition "l'équilibre thermodynamique local".

La loi de Kirchoff est très utile et il en découle plusieurs conséquences. Citons-en quelques-unes :

1) Un milieu parfaitement transparent — $\kappa = 0$ — est aussi un milieu qui n'émet rien. Inversement, si un milieu émet du rayonnement, il doit en absorber aussi.

2) Si l'on connaît le κ ou le j, on peut toujours calculer l'autre.

Un exemple serait le Bremmstrahlung thermique. Nous avons déjà vu qu'un plasma à la température cinétique T émet une puissance

$$P = 6.8 \times 10^{-38} Z^2 n_i n_e T^{-1/2} e^{-h\nu/kT} \quad erg\ s^{-1}\,cm^{-3}\,Hz^{-1}$$

En termes du coefficient d'émission j $(erg\ g^{-1}\,Hz^{-1}\,s^{-1})$ on a donc :

$$P = j\rho$$

d'où :

$$j = 6.8 \times 10^{-38} \frac{Z^2 n_i n_e}{\rho} T^{-1/2} e^{-h\nu/kT}$$

D'après la loi de Kerchoff :

$$\kappa = \frac{j}{4\pi} \cdot \frac{c^2 (e^{h\nu/kT} - 1)}{2h\nu^3} \quad cm^2\,g^{-1}$$

$$= 3.7 \times 10^{8} \frac{Z^2 n_e n_i}{\rho} \nu^{-3} (1 - e^{-h\nu/kT}) T^{-1/2}$$

Nous avons ainsi trouvé l'opacité due au processus de Bremmstrahlung Inverse.

3) La brillance d'un milieu semi-transparent à température uniforme ; on a déjà trouvé que pour ce cas :

$$B = \frac{j}{4\pi\kappa}(1 - e^{-\tau})$$

$$= \frac{2h\nu^3}{(e^{h\nu/kT} - 1)c^2} (1 - e^{-\tau})$$

Nous voyons que la distribution spectrale garde sa forme Planckienne, mais que sa valeur est diminuée par le facteur $(1-e^{-\tau})$.

4) La brillance d'un milieu semi-transparent ayant un gradiant de température monotone vers l'intérieur. Dans ce cas, il faut en principe intégrer l'équation de transfert pas-à-pas, en tenant compte de la variation de T ; on suppose bien sûr qu'à chaque endroit on puisse définir une température unique. Toutefois, nous voyons que, à cause du facteur $(1-e^{-\tau})$ qui intervient, les zones qui se trouvent à des profondeurs optiques supérieures à environ $\tau \approx 2$ contribuent très peu à la brillance observée ; par conséquent, le rayonnement observé correspond essentiellement à ce qui a été rayonné à une profondeur optique $\tau \approx 1$ (en quelque sorte le centre de la zone qui contribue le plus).

Cette relation approximative :

$$B \approx 2h\nu^3/c^2 \left[e^{h\nu/kT(\tau \approx 1)} - 1 \right]$$

est souvent très utile.

5) Une source à la température T_s observée à travers un nuage de température T_n.

$$B = B_s e^{-\tau} + \frac{j}{4\pi K}(1-e^{-\tau})$$

$$= \frac{2h\nu^3}{c^2}\left\{ \frac{e^{-\tau}}{e^{h\nu/kT_s}-1} + \frac{1}{e^{h\nu/kT_n}-1}(1-e^{-\tau}) \right\}$$

Si :

$$\left.\begin{array}{l} h\nu \ll kT_s \\ \ll kT_n \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{en général} \\ \text{domaine radio}\end{array}$$

$$B = \frac{2k\nu^2}{c^2}\left\{ T_s e^{-\tau} + T_n(1-e^{-\tau}) \right\}$$

Si au moment de la mesure on associe à la brillance observée une température de brillance T_B (procédé valable, car $B \propto \nu^2$ comme il le faut) :

$$\frac{2k\nu^2 T_B}{c^2} = \frac{2k\nu^2}{c^2}\left\{ T_s e^{-\tau} + T_n(1-e^{-\tau}) \right\}$$

d'où :

$$T_B = T_s e^{-\tau} + T_n(1-e^{-\tau})$$

On voit que la température de brillance mesurée est fonction de la profondeur optique du nuage.

$$\tau \approx 0 \quad \Rightarrow \quad T_B = T_s$$

$$\tau \to \infty \quad \Rightarrow \quad T_B = T_n$$

avec toutes les possibilités intermédiaires.

Question: Dans un milieu où il y a inversion de population atomique, est-il légitime d'utiliser la loi de Kirchoff?