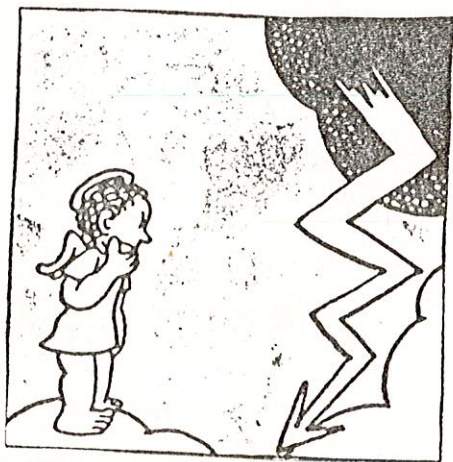
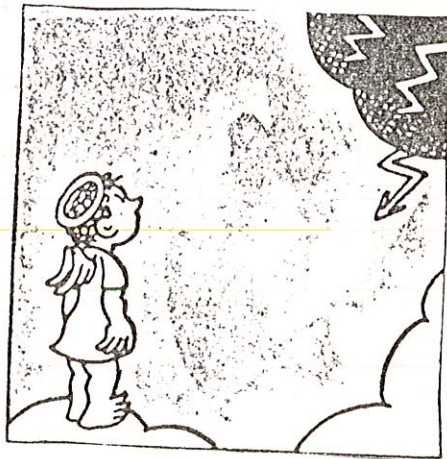


QUELQUES PLASMAS COSMIQUES



1

2

3

LE PLASMA CORONAL

LA TEMPERATURE DE BRILLANCE DU SOLEIL DANS LE DOMAINE RADIO

A l'aide d'un radio télescope, nous pouvons, en principe, déterminer le flux d'énergie provenant du Soleil sous forme des ondes hertziennes.

Comme nous l'avons déjà vu, ce flux est fonction de la température :

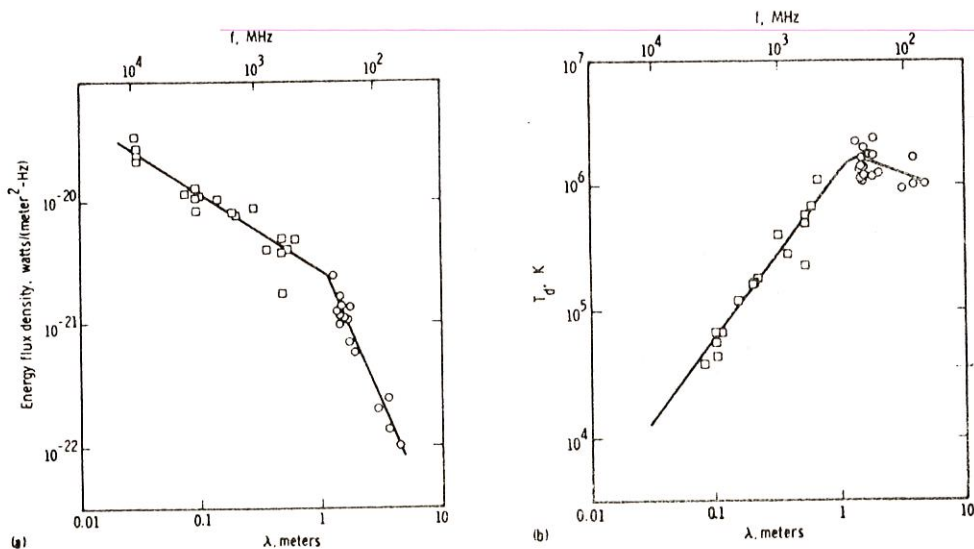
$$F \propto \nu^3 / \left[e^{h\nu/kT} - 1 \right]$$

$$\rightarrow \nu^2 T$$

si, comme c'est le cas dans le domaine hertzien, $h\nu \ll kT$.

Il s'en suit qu'une mesure du flux à une fréquence donnée nous donne (si on connaît la surface rayonnante) la température ; de plus, si la température ainsi déterminée (température de brillance) a un sens physique, on devrait trouver la même valeur quelle que soit la fréquence utilisée pour la mesure.

De telles mesures ont été effectuées, pour des fréquences dans le domaine 10^2 MHz - 10^4 MHz ; la figure montre les résultats.



On remarque :

- la température de brillance est une fonction croissante de la longueur d'onde :
- sa valeur est toujours \gg température de couleur du Soleil déterminée dans le domaine du visible ;
- la température de brillance se rapproche (sans toutefois l'atteindre) de la température de la photosphère pour des ondes centimétriques.

Il serait désagréable d'abandonner la loi de Rayleigh-Jeans ; en tout cas, nous avons vu que cette loi est bien vérifiée pour une gamme de fréquences beaucoup plus petite que 10^2 - 10^4 MHz. En effet, on peut interpréter les résultats de la façon suivante :

- en choisissant une bande spectrale limitée, le rayonnement vérifie la loi de Rayleigh-Jeans, étant donc associé avec une "température"
- d'une bande spectrale à une autre, cette température change.

On est alors amené à supposer que, dans différentes bandes spectrales, on reçoit l'émission provenant de différentes zones.

On sait que, à l'extérieur de la photosphère, s'étend une région diffuse appelée la couronne.

Elle se manifeste au cours des éclipses par la lumière réfléchie de la photosphère et elle rayonne très fortement en rayons-X. Cette dernière constatation nous permet de deviner une ordre de grandeur pour la température de la haute couronne : pour pouvoir (énergétiquement parlant !) "produire" des photons ayant $h\nu_X$, les particules du milieu doivent avoir une énergie cinétique $\frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$ adéquate, soit : $\frac{3}{2}kT \approx h\nu_X$

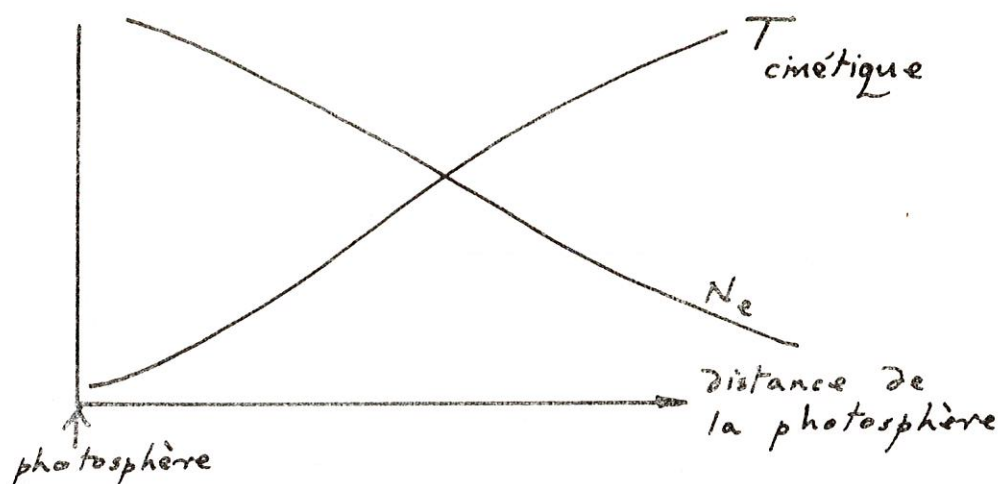
En prenant 10 \AA pour l'émission "type" de la couronne, on trouve :

$$T \approx 10^6 \text{ K.}$$

C'est du même ordre de grandeur que la plus élevée des valeurs pour la température de brillance en radio.

Par ailleurs, comme la température de la photosphère est $\approx 6.000^\circ\text{K}$, il doit y avoir un gradient de température dans la couronne. De plus, on s'attend à ce que la densité de la couronne, et donc la densité électronique, diminue vers l'extérieur.

Schématiquement :



Nous avons déjà vu qu'une onde hertzienne ayant une fréquence f aux alentours de la fréquence de plasma $f_n = 9 \times 10^3 N_e^{1/2} \text{ s}^{-1}$ interagit très fortement avec le milieu ; par ailleurs, toute fréquence inférieure à f_n est réfléchiée.

Si l'on suppose que la densité électronique du plasma coronal décroît vers l'extérieur, la fréquence de plasma décroît vers l'extérieur aussi. Autrement dit, si l'on observe une émission coronale à des fréquences $\leq \nu_1$, la région qui en est responsable doit se trouver à l'extérieur d'un rayon où la fréquence de plasma est égale à ν_1 , soit le rayon où la densité électronique est égale à $(\nu_1 / 9 \times 10^3)^2$.

De plus, le plasma qui se trouve à ce rayon "limite" interagit très bien avec un rayonnement dont la fréquence est aux alentours de ν_1 .

Considérons maintenant l'émission à des fréquences $\leq \nu_2$ où ν_2 est près de ν_1 . La région qui en est responsable se trouve alors à l'extérieur d'un rayon où la densité électronique est égale à $(\nu_2 / 9 \times 10^3)^2$ et le plasma qui se trouve à ce rayon interagit très bien avec un rayonnement dont la fréquence est aux alentours de ν_2 .

Il s'ensuit qu'une ^{émission} dans le domaine spectral $\nu_1 - \nu_2$ est associée avec une couche coronale particulière où la densité électronique varie de $(\nu_1 / 9 \times 10^3)^2$ à $(\nu_2 / 9 \times 10^3)^2$. Cette couche est donc localisée dans l'espace et peut être associée à une certaine température cinétique.

Or si $\nu_1 - \nu_2$ n'est pas trop grande, le plasma dans cette couche va interagir très bien avec toutes les fréquences dans le domaine $\nu_1 - \nu_2$. C'est la condition pour que l'on puisse appliquer la loi de Planck ou son cas limite, la loi de Rayleigh-Jeans.

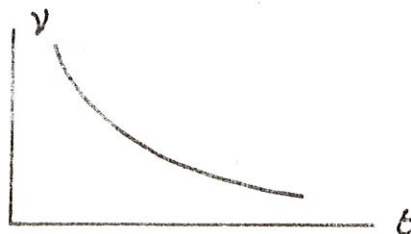
Il s'ensuit que la mesure du flux dans le domaine spectral $\nu_1 - \nu_2$:

- vérifie approximativement la loi de Rayleigh-Jeans ;
- permet une estimation de la température de brillance de la couche en question.

On remarque qu'à un autre domaine spectral $\nu_3 - \nu_4$ sera associée une autre couche émissive à un autre rayon. Si le domaine est suffisamment limité, cette deuxième couche sera "optiquement" épaisse envers le rayonnement $\nu_3 - \nu_4$. Donc, dans ce domaine spectral, le rayonnement va aussi vérifier la loi de Rayleigh-Jeans, ce qui nous permettra d'estimer la température de brillance de cette couche. La température n'est pas nécessairement la même qu'avant, car la couche n'est pas la même.

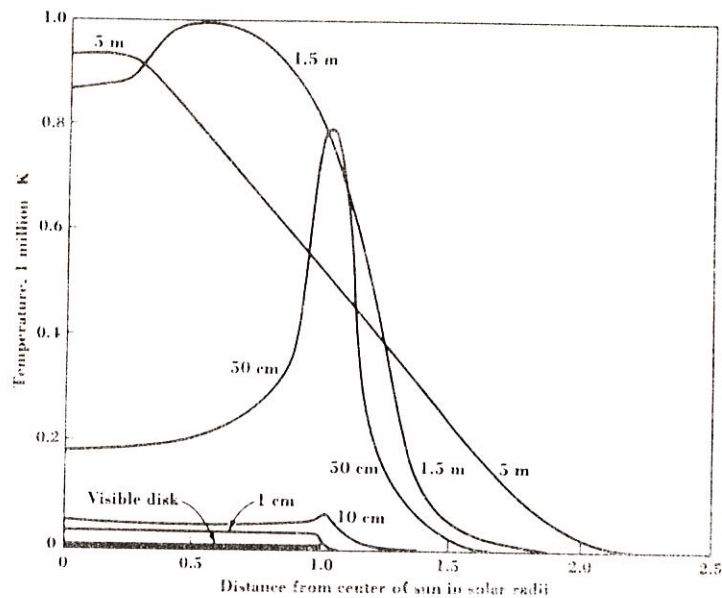
En effet, on observe que la température de brillance monte avec la longueur d'onde ; il s'ensuit que la température monte vers l'extérieur de la couronne.

QUESTION : De temps en temps, on observe des éruptions solaires telles que la fréquence dominante de l'émission varie en fonction du temps de la façon suivante :



Montrer que ces éruptions sont dues à une matière qui se déplace vers l'extérieur de la couronne.

Avec des instruments suffisamment puissants, on parvient à mesurer la variation de la température de brillance à travers le disque solaire. On trouve (schématiquement) :



Apparent blackbody temperature across the solar disk in solar radii for several values of wavelength.

Comment expliquer un tel phénomène ?

Pour l'étudier, il faut connaître le chemin parcouru par les ondes hertziennes à l'intérieur de la couronne avant de sortir.

Nous avons déjà vu que la fréquence de plasma varie de l'intérieur vers l'extérieur de la couronne ; il s'ensuit que l'indice de réfraction :

$$\mu = \left[1 - \left(\frac{\omega_n^2}{\omega^2 - \omega_n^2} \right) \right]^{1/2}$$

varie aussi.

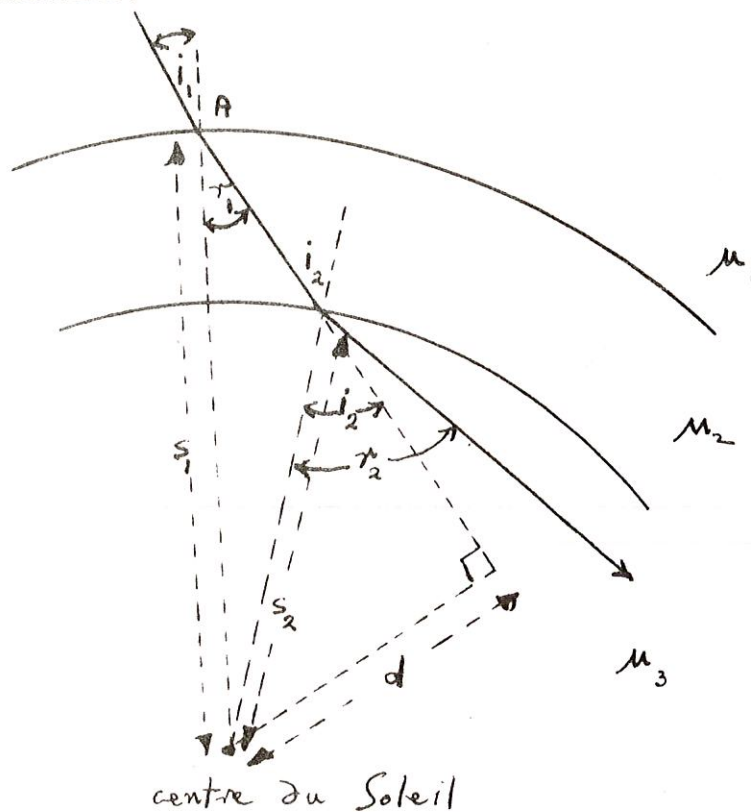
Considérons le cas particulier où $\omega \gg \omega_n \sqrt{2}$.

On a alors :

$$\mu \approx 1 - \frac{\omega_n^2}{2\omega^2}$$

On remarque que, pour un ω donné, l'indice de réfraction est inférieur à 1, et tend vers 1 pour $\omega_n \rightarrow 0$. Or, dans la couronne solaire, $\omega_n \rightarrow 0$ vers l'extérieur ; il s'ensuit que la couronne solaire joue le rôle d'une lentille divergente pour les ondes hertziennes.

Pour tracer le chemin parcouru par une onde nous allons considérer 3 couches sphériques voisines, ayant indice de réfraction (pour une fréquence donnée) μ_1, μ_2, μ_3 . A l'intérieur de chaque couche les conditions sont supposées uniformes.



A l'endroit A, d'après la loi de Descartes

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

d'où :

$$S_1 \mu_1 \sin i_1 = S_1 \mu_2 \sin r_1$$

Or :

$$d = S_1 \sin r_1 = S_2 \sin i_2$$

Donc :

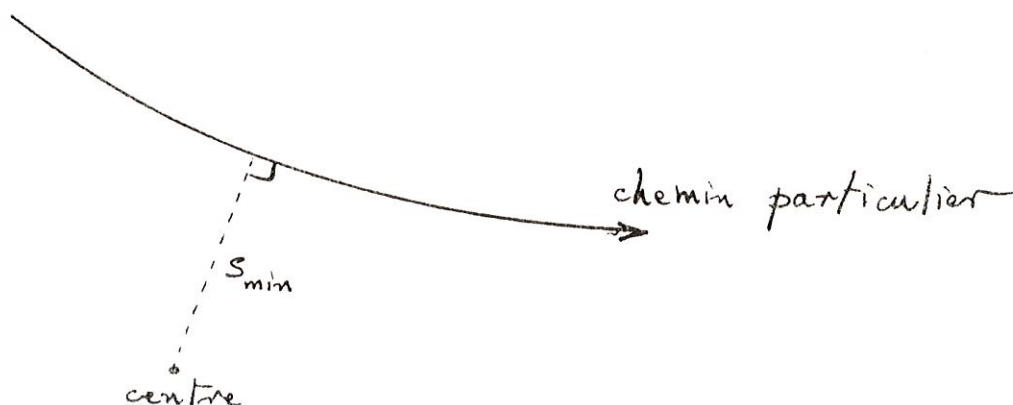
$$S_1 \mu_2 \sin r_1 = S_2 \mu_2 \sin i_2$$

d'où :

$$S_1 \mu_1 \sin i_1 = S_2 \mu_2 \sin i_2.$$

Il s'ensuit qu'un chemin "optique" dans la couronne solaire est défini par une valeur constante a du produit $S \times \sin i \times \mu$. La constante est à déterminer pour chaque chemin individuel :

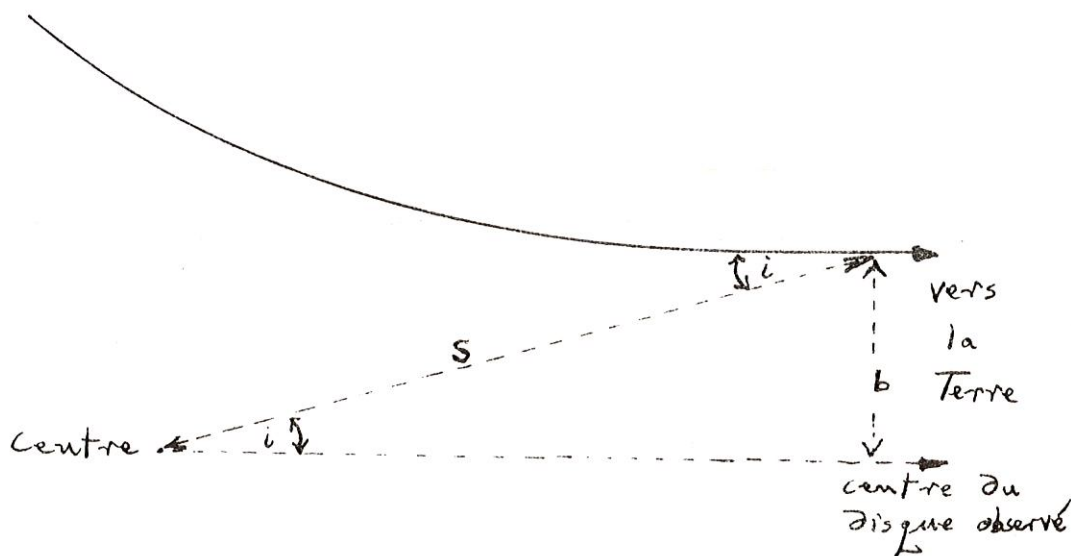
$$\mu S \sin i = a$$



L'endroit où le chemin est au plus près du centre est donné par $i = 90^\circ$; à cet endroit, la distance au centre est S_{min} :

$$S_{min} = a / \mu (S_{min})$$

Considérons maintenant un "rayon hertzien" observé de la Terre à une distance b du centre du disque solaire.



En dehors de la couronne, le rayon doit être parallèle à la ligne de vue (en négligeant tout plasma interplanétaire). Toutefois, l'équation du chemin :

$$\mu S \sin i = a$$

est toujours valable.

Or, en dehors de la couronne :

$$\mu = 1$$

$$s \cdot \sin i = b$$

Il s'ensuit que pour un rayon observé depuis la Terre, la constante a est égale à la distance b entre ce rayon et une droite parallèle à la ligne de vue passant par le centre du disque solaire.

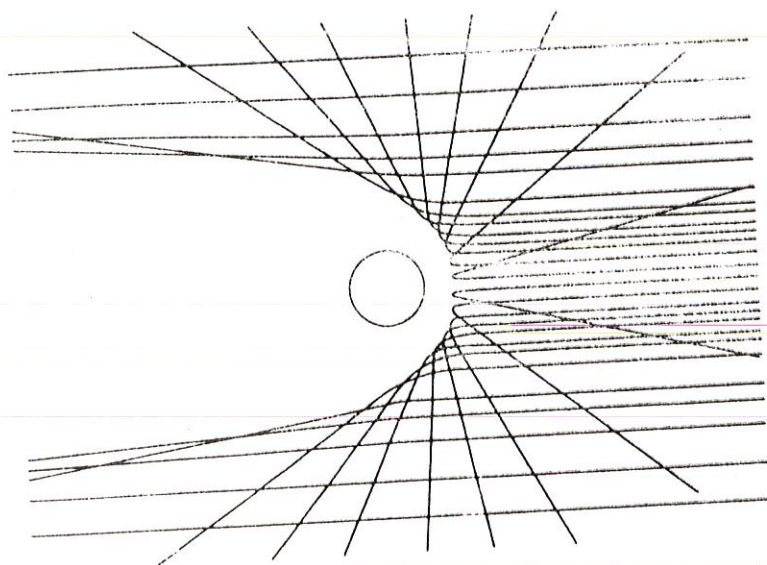
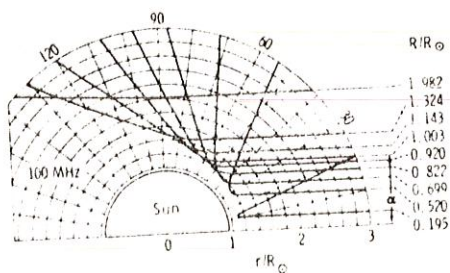
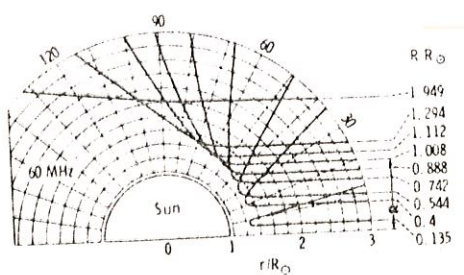
On sait donc que, pour un rayonn donné :

$$S_{\min} = b / \mu (s_{\min})$$

Le rayonnement reçu à une distance b du centre du disque est une somme de toutes les émissions qui ont lieu le long de ce rayon ; par conséquent s_{\min} donne une mesure de la zone "limite" échantillonnée par un rayon particulier.

S_{\min} est d'autant plus petit que le rayon sort près du centre du disque. Par conséquent, les rayons sortant près du centre ont échantillonné de façon préférentielle les couches basses de la couronne, tandis que les rayons qui sortent vers les bords ont échantillonné plutôt la haute couronne.

Par conséquent, la distribution de température observée sur le disque solaire est une manifestation d'un gradient de température dans la couronne.



Trajectories of parallel radio waves observed from the sun. (From Kundu, 1965; copyright 1965, John Wiley & Sons.)

Ray paths in the corona at 18 Mc/sec. (After R. N. Bracewell and G. W. Preston.) (Copyright 1956 by the University of Chicago, published by The University of Chicago Press, from R 5.3-5.)

LE PLASMA INTERSTELLAIRE

Densité du plasma interstellaire

Nous avons déjà vu que la vitesse de groupe d'un paquet d'ondes de fréquence dominante ω dans un plasma est fonction de sa densité électronique :

$$v_g = c \left[1 - \frac{\omega_n^2}{\omega^2} \right]^{1/2}$$

où :

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$\omega_n = 9 \times 2\pi \times 10^3 N_e^{1/2}$$

$$N_e = \text{nombre d'électrons cm}^{-3}$$

Une pulsation très étroite possède une très riche décomposition spectrale ; on peut la considérer comme étant un ensemble de "paquets d'onde", chaque "paquet" étant défini par un ensemble de fréquences $\omega_i \pm \delta\omega$, ω_i étant la fréquence centrale du paquet.

Chaque "paquet" se propage à sa vitesse de groupe. Si tous les paquets étaient ^{"ensembles"} à un instant $t = 0$, après un temps Δt ils ne le sont plus ; deux paquets, dont la différence de fréquence centrale est $\Delta\omega$, ont un retard relatif après avoir traversé une distance L de :

$$\Delta t = L \Delta \left(\frac{1}{v_g} \right)$$

$$= \frac{L}{c} \Delta \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\omega_n^2}{\omega^2} \right)^{1/2}} \right]$$

$$\approx \frac{L}{c} \Delta \left[1 + \frac{\omega_n^2}{2\omega^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &\approx \frac{L \omega_n^2}{2c} \Delta \left(\frac{1}{\omega^2} \right) \\
 &= \frac{2\pi e^2 N_e L}{m_e} \Delta \left(\frac{1}{\omega^2} \right) \\
 &= 4.15 \times (N_e L) \Delta \left(\frac{1}{\nu^2} \right) \times 10^3
 \end{aligned}$$

où :

ν est exprimée en MHz

L est exprimée en pc

N_e est exprimée en cm^{-3}

On appelle la quantité $N_e L$ (plus précisément, $\int_0^L N_e(L) dL$, car N_e est fonction de L) la mesure de dispersion.

On peut considérer ce phénomène différemment : deux récepteurs, chacun ayant une bande passante $\delta \nu$ et ayant un écart en fréquence de $\Delta \nu$ enregistrent l'arrivée d'une pulsation étroite avec un retard relatif donné par :

$$\Delta t = 4.15 \times (N_e L) \times \Delta \left(\frac{1}{\nu^2} \right) \times 10^3$$

Les pulsars sont des sources de signal étroit ; par conséquent, en mesurant le temps d'arrivée enregistré à différentes fréquences, on peut déterminer la quantité $N_e L$ (ou $\int_0^L N_e(L) dL$ sur la ligne de visée).

Pour connaître la densité électronique, il faut aussi connaître la distance de chaque pulsar. On connaît cette distance pour un pulsar seulement, celui du Crabe, car on a pu déterminer par des moyens optiques la distance de la nébuleuse du Crabe (on suppose que le pulsar est à l'intérieur de la nébuleuse !). On trouve ainsi :

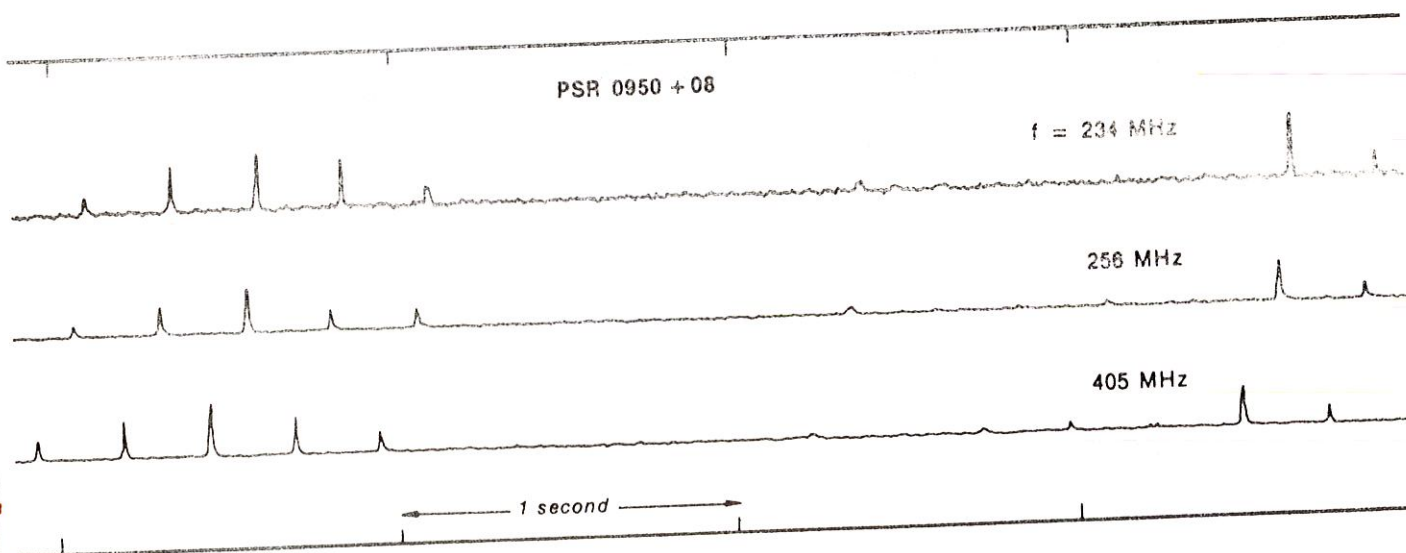
$$N_e \approx .03 \text{ cm}^{-3}$$

La densité de l'hydrogène interstellaire, déterminée d'après la raie à 21 cm, est de l'ordre de $.3 \text{ cm}^{-3}$: le degré d'ionisation du milieu interstellaire

est donc de l'ordre de 10%. On ignore son origine.

Si on suppose que la densité électronique déterminée ainsi est représentative, on peut estimer les distances des autres pulsars d'après leurs "mesures de dispersion".

Question : La figure montre le temps d'arrivée de quelques pulsations correspondant à 3 fréquences différentes, du pulsar PSR0950. L'échelle de temps est indiquée.



- 1) Trouver "la mesure de dispersion" du pulsar PSR0950
- 2) Estimer sa distance
- 3) La caractéristique principale d'un pulsar est la périodicité régulière de son émission. Or, sur la figure, on remarque une durée de quelques secondes sans pulsation. Proposez une explication, sans pour autant abandonner l'idée d'une émission très périodique.

Pour l'ensemble des pulsars, les "mesures de dispersion" varient de 3 à 400 pc cm^{-3} et sont en général très stable. Dans le cas du pulsar du Crabe, on a observé des variations de l'ordre de $3 \times 10^{-2}\%$ sur une échelle de temps de quelques semaines.

Question : Proposer un mécanisme qui peut expliquer les petites variations de la mesure de dispersion dans le cas du pulsar du Crabe.

Champ magnétique interstellaire

Nous avons vu que le plan de polarisation d'une onde électromagnétique tourne d'un angle θ quand l'onde se propage dans un plasma ayant un champ magnétique imposé ; l'expression de cette "rotation Faraday" est :

$$\theta(\lambda) = R \lambda^2$$

où :

$$\begin{aligned} \lambda &= \text{longueur d'onde, en m.} \\ R &= .8 N_e L B_z \\ N_e &= \text{densité électronique moyenne en cm}^{-3} \\ L &= \text{l'épaisseur du plasma en pc} \\ B &= \text{champ, en } \mu G \end{aligned}$$

On remarque que R, la mesure de rotation, peut être exprimée comme :

$$R = .8 [DM] B_z$$

Sous cette forme, on n'a besoin de connaître ni la distance de la source, ni la densité électronique ; il suffit d'avoir mesurer pour l'objet DM, une quantité qui est obtenue directement à l'aide de la dispersion du signal.

Il se trouve que les signaux des pulsars ont une très forte polarisation linéaire ; on suppose que cette polarisation est une caractéristique intrinsèque des pulsars, et n'est pas produit par le plasma interstellaire.

On ne connaît pas l'orientation initiale du plan de polarisation. Pourtant, on n'en a pas besoin car un pulsar émet un rayonnement non-monochromatique. Si on suppose que toutes les longueurs d'onde d'un pulsar donné étaient initialement polarisées dans le même plan, il va apparaître après le passage à travers le plasma une différence d'orientation qui est fonction de la longueur d'onde ; une différence $\Delta\lambda$ correspond alors à une différence d'orientation des plans d'orientations $\Delta\theta(\Delta\lambda)$:

$$\Delta\theta(\Delta\lambda) = 2R\lambda\Delta\lambda$$

On peut mesurer cette différence sans connaître les orientations initiales ; on

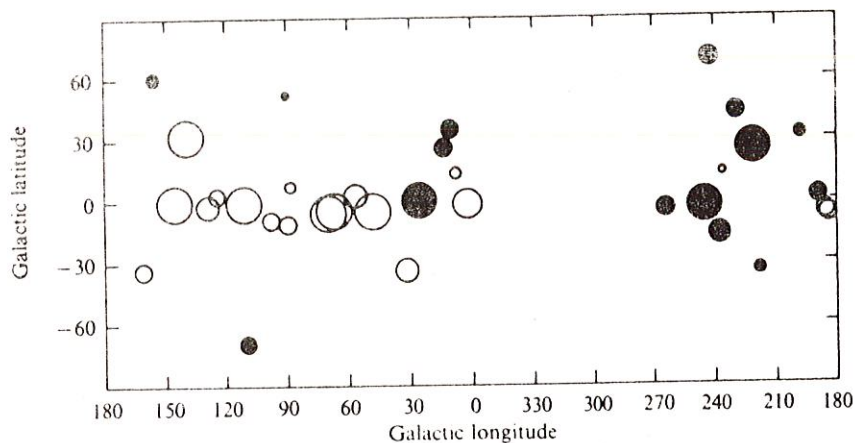
trouve alors la valeur de R pour chaque pulsar.

Pour les mêmes pulsars on connaît aussi la valeur de DM ; par conséquent on déduit la valeur de B , projeté sur la ligne de vue.

Pour l'ensemble des pulsars, on trouve une valeur moyenne de l'ordre de $1 \mu G$.

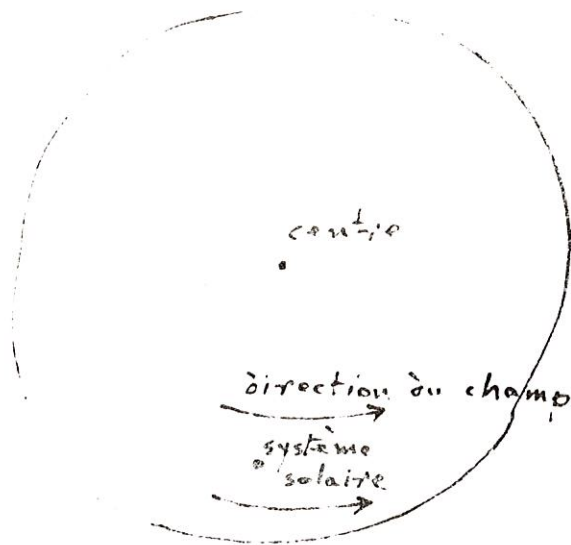
En prenant l'ensemble des pulsars, on trouve une dispersion des valeurs en dehors des erreurs expérimentales.

Or, les pulsars connus se trouvent près du plan galactique, autour du système solaire. Il est instructif de porter la valeur du champ en fonction de la position du pulsar utilisé pour sa détermination ; on obtient ainsi :



Dans cette figure, la dimension d'un cercle est proportionnelle au champ mesuré, les cercles vides représentent des champs dont la direction est opposée à la direction de propagation du signal observé et les cercles pleins représentent des champs dont la direction est dans la direction de propagation (ces directions sont obtenues à l'aide du sens de rotation du plan de la polarisation). On a utilisé les coordonnées galactiques, c'est-à-dire, la direction du centre galactique a latitude (l) = longitude (b) = 0 et le plan de la Galaxie est dans le plan de latitude 0.

On remarque que la direction du champ par rapport à la ligne de vue change de l'hémisphère $0^\circ < \ell < 180^\circ$ à l'hémisphère $180 < \ell < 360$; il s'ensuit que le champ moyen est bien cohérent et que sa direction est tangentielle.

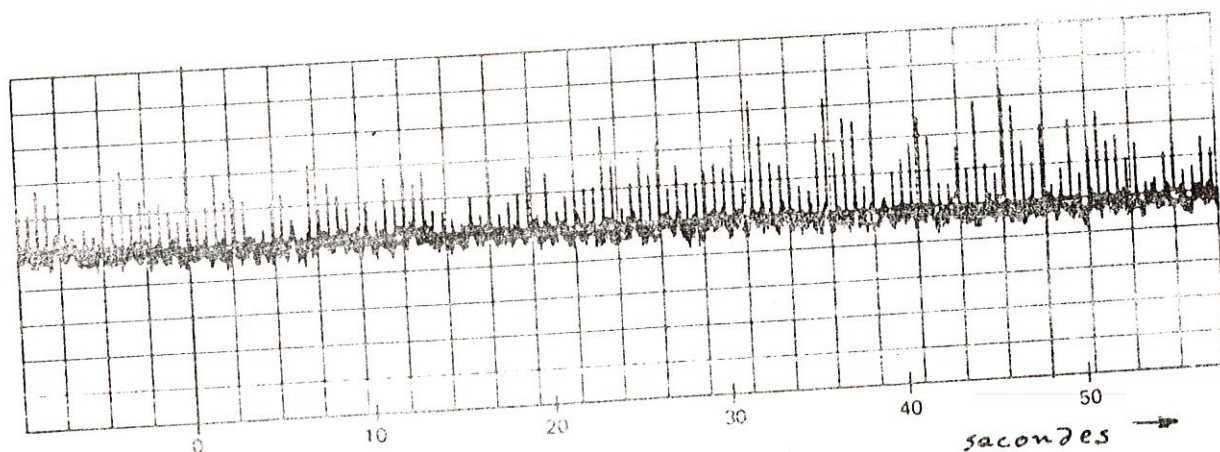


la Galaxie, vue de face

Soulignons qu'il y a des pulsars qui ne vérifient pas ce schéma élémentaire ; de plus, les valeurs ne se rapportent qu'aux distances ne dépassant pas 1 ou 2 Kpc.

Inhomogénéité du plasma interstellaire

En observant les pulsars, on est immédiatement frappé par le phénomène suivant : l'émission est très périodique, mais l'amplitude de chaque pulsation est variable.



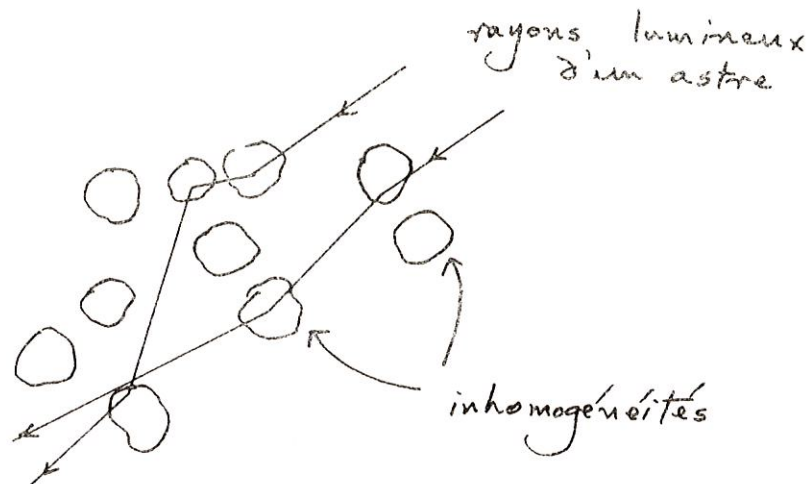
Émission d'un pulsar typique

Une étude détaillée montre au moins deux types de variation d'amplitude : une variation de pulse en pulse, et des variations à l'échelle de temps de quelques minutes. Ces variations ne semblent pas être périodiques.

Comment interpréter ce phénomène ?

Un effet analogue est observé pour les étoiles : la brillance d'une étoile varie rapidement et de façon aléatoire. De plus, cette "scintillation" est d'autant plus importante que l'étoile est près d'horizon et que l'atmosphère est instable.

On interprète la scintillation des étoiles à l'aide de la turbulence atmosphérique. On sait que l'atmosphère terrestre n'est pas homogène : il y a de variations localisées de densité, de température et de la teneur en vapeur d'eau. Ces variations introduisent des variations locales de l'indice de réfraction de l'atmosphère : le chemin d'un rayon lumineux est très compliqué, étant en quelque sorte une série de "zig-zags".



Par conséquent, le chemin optique d'un rayon lumineux n'est pas égal au trajet le plus court ; de plus, comme les variations sont localisées, variant d'un endroit à un autre, les chemins optiques de deux rayons voisins ne sont pas nécessairement égaux.

Considérons les rayons lumineux d'une étoile (source "ponctuelle") ramenés au foyer d'un collecteur optique (téléscope, œil etc...). Comme les chemins optiques des rayons ne sont pas égaux, on aura au foyer un phénomène d'interférence : les rayons vont se renforcer ou s'annuler selon leur déphasage relatif. Or, ce déphasage est fonction de l'état instantané de l'atmosphère (distribution instantanée des inhomogénéités de l'indice de réfraction) ; comme l'atmosphère n'est pas stable, le déphasage des rayons va varier en fonction de temps - l'interférence sera parfois constructive (l'étoile brille) et parfois destructive (l'étoile s'affaiblit ou disparaît). On remarque que l'analyse de la scintillation d'une étoile peut nous renseigner sur la turbulence atmosphérique, et en particulier sur la taille typique des inhomogénéités.

Question : (a) Expliquer pourquoi la Lune et les planètes ne scintillent pas en général. Sous quelles conditions peut-on s'attendre une scintillation des planètes ?

Pour les ondes hertziennes, le milieu interstellaire est réfractaire, dont la densité électronique moyenne est connue. Supposons que ce milieu n'est pas uniforme, mais contient des inhomogénéités à grande échelle de sorte que la densité électronique varie de façon aléatoire d'un endroit à un autre. Par conséquent, le rayonnement hertzien d'une source "ponctuelle" sera sujet aussi à un phénomène de "scintillation" : s'il y a un mouvement relatif entre la source et le radio-télescope perpendiculaire à la ligne de visée, nous observerons la source à travers différents "échantillons" du plasma et il va y avoir, selon le déphasage instantané, des interférences destructives ou constructives - l'intensité de la source va changer en fonction de temps de façon aléatoire.

Nous avons vu que, pour une onde monochromatique, l'indice de réfraction $\mu = \epsilon^{1/2}$ d'un plasma ténu est donné par :

$$\mu = \left[1 - \frac{\omega_n^2}{\omega^2 - \omega_n^2} \right]^{1/2}$$

$$\approx \left[1 - \frac{\omega_n^2}{2(\omega^2 - \omega_n^2)} \right]$$

$$\approx \left[1 - \frac{\omega_n^2}{2\omega^2} \right]$$

$$= \left[1 - \frac{N_e e^2}{2\pi v^2} \right]$$

Par conséquent, une fluctuation ΔN_e de la densité électronique correspond à une fluctuation de

$$\Delta \mu = - \frac{e^2}{2\pi \nu^2} \Delta N_e$$

Considérons deux milieux ayant la même épaisseur géométrique a ; l'indice de réfraction d'un milieu est égal à μ_1 , et de l'autre μ_2 . Le chemin optique a_1, a_2 de chaque milieu respectivement est :

$$a_1 = \mu_1 a$$

$$a_2 = \mu_2 a$$

Par rapport à la propagation dans le vide, une onde est déphasée de ϕ_1, ϕ_2 respectivement dans chaque milieu :

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \mu_1 a - \frac{2\pi}{\lambda} a$$

$$\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \mu_2 a - \frac{2\pi}{\lambda} a$$

Donc, par rapport au milieu 1, la propagation dans le milieu 2 introduit un déphasage :

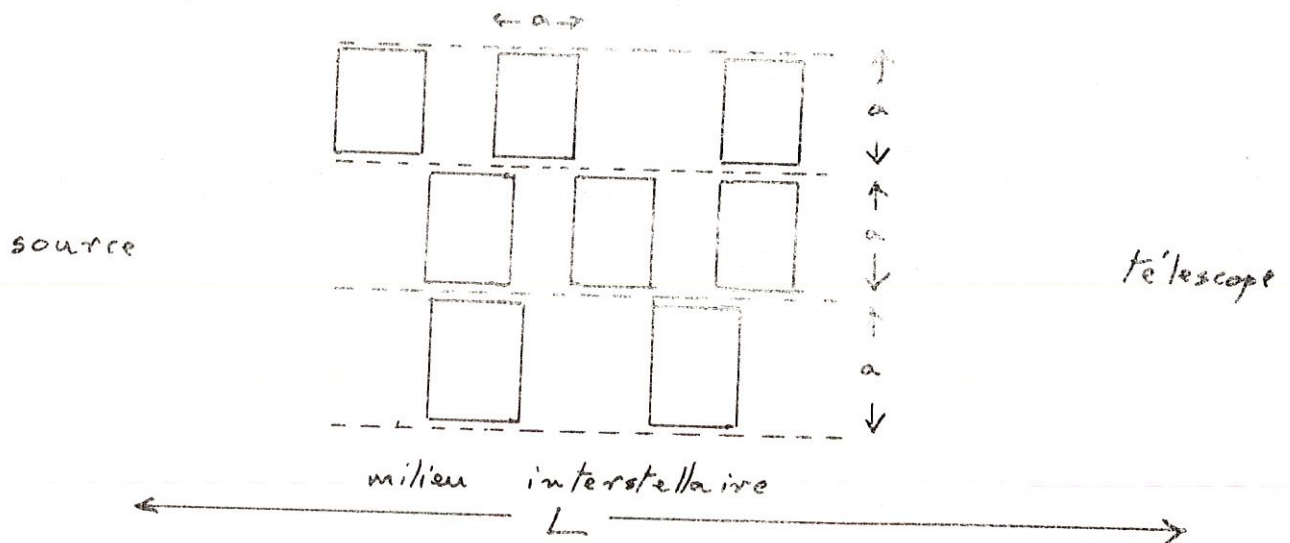
$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} a (\mu_1 - \mu_2)$$

Il s'ensuit que dans le cas d'un plasma ténu, une fluctuation ΔN_e de la densité électronique sur une distance a introduit un déphasage relatif $\Delta \phi$:

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \cdot \frac{e^2}{2\pi \nu^2} \Delta N_e$$

$$= \frac{e^2 \lambda a}{mc^2} \Delta N_e$$

Nous allons supposer que le milieu interstellaire contient des inhomogénéités de la densité électronique : ces fluctuations sont aléatoires, autour d'une valeur "type" ΔN_e . De plus on va supposer qu'une inhomogénéité s'étale sur une distance moyenne $a \ll L$, L étant la distance de la source. Finalement, on considère les inhomogénéités réparties en "colonnes" sur la ligne de visée : le diamètre de chaque colonne est a .

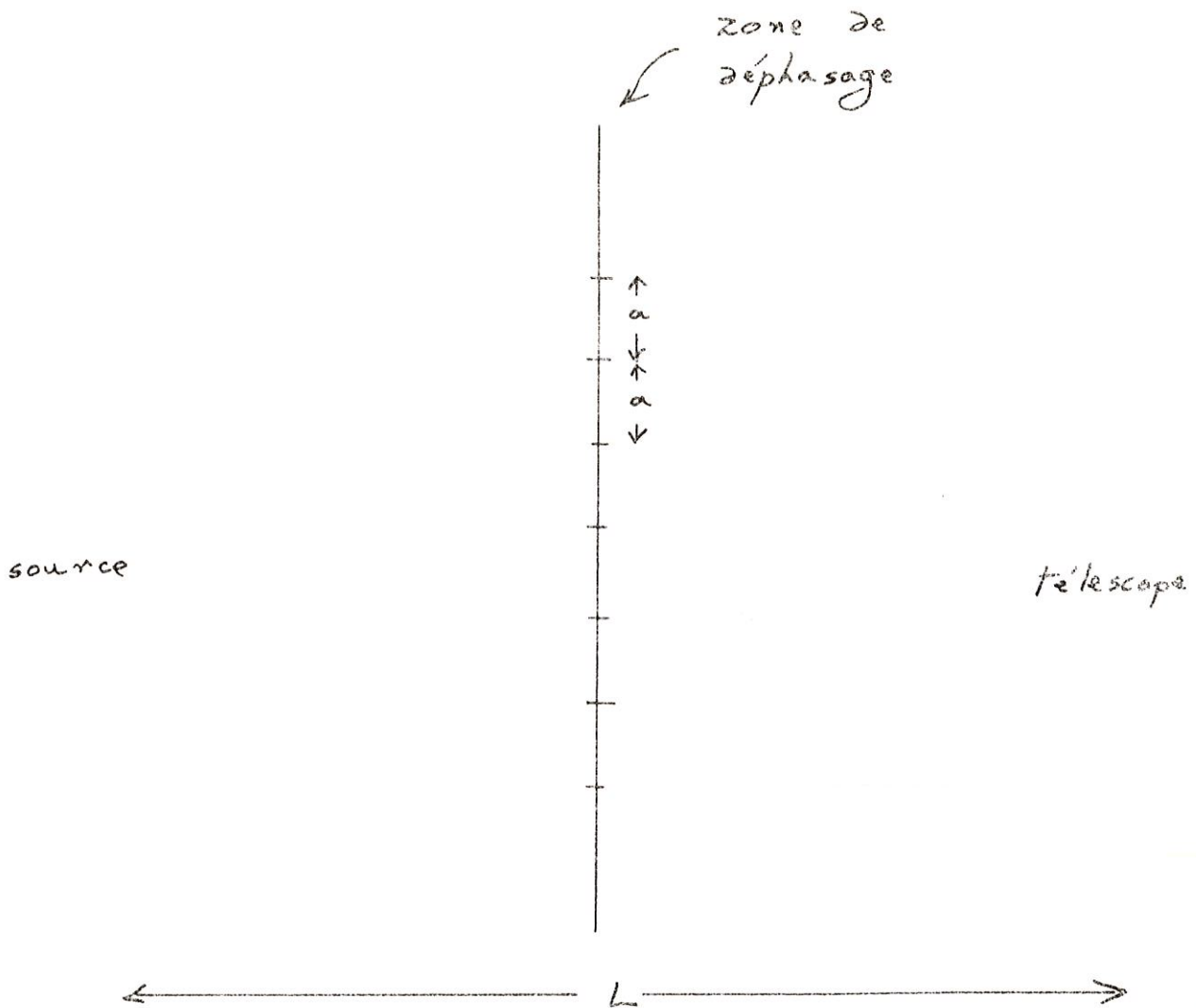


Dans chaque colonne, il y a moyennement L/a inhomogénéités. L'écart type de ce nombre est $(L/a)^{1/2}$; par conséquent, entre deux "colonnes" voisines il peut y avoir un déphasage relatif de l'ordre de :

$$\Delta \phi \approx \frac{e^2 \lambda a \Delta N_e}{m c^2} \left(\frac{L}{a} \right)^{1/2}$$

$$\approx \frac{e^2 \lambda \Delta N_e}{m c^2} (L a)^{1/2}$$

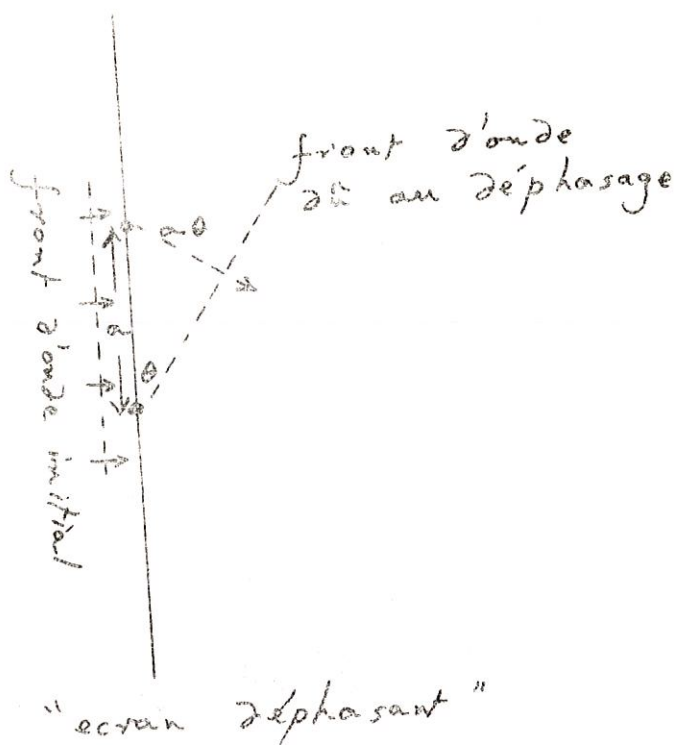
Ce déphasage apparaît graduellement le long du parcours : nous allons maintenant faire une hypothèse simplificatrice, dont la validité est très discutable (mais dont la commodité sera très évidente !). On suppose que le déphasage relatif $\Delta \phi$ apparaît instantanément à un plan situé à mi-chemin entre la source et le télescope.



En effet, on considère que tout fonctionne comme si entre nous et la source se trouve un "écran mince", ayant des inhomogénéités bi-dimensionnelles de dimension a et que, entre deux inhomogénéités voisines il peut y avoir un déphasage relatif de l'ordre de :

$$\Delta\phi \approx \frac{e^2 \lambda \Delta N_e}{mc^2} (La)^{1/2}$$

Or, le front d'onde est toujours la surface de phase constante. Par ^{conséquent} ~~ce~~ un front d'onde initialement parallèle à l'écran déphasant, prend une forme "ondulée" à la sortie - les ondulations correspondent aux déphasages relatifs. En particulier, entre deux inhomogénéités :



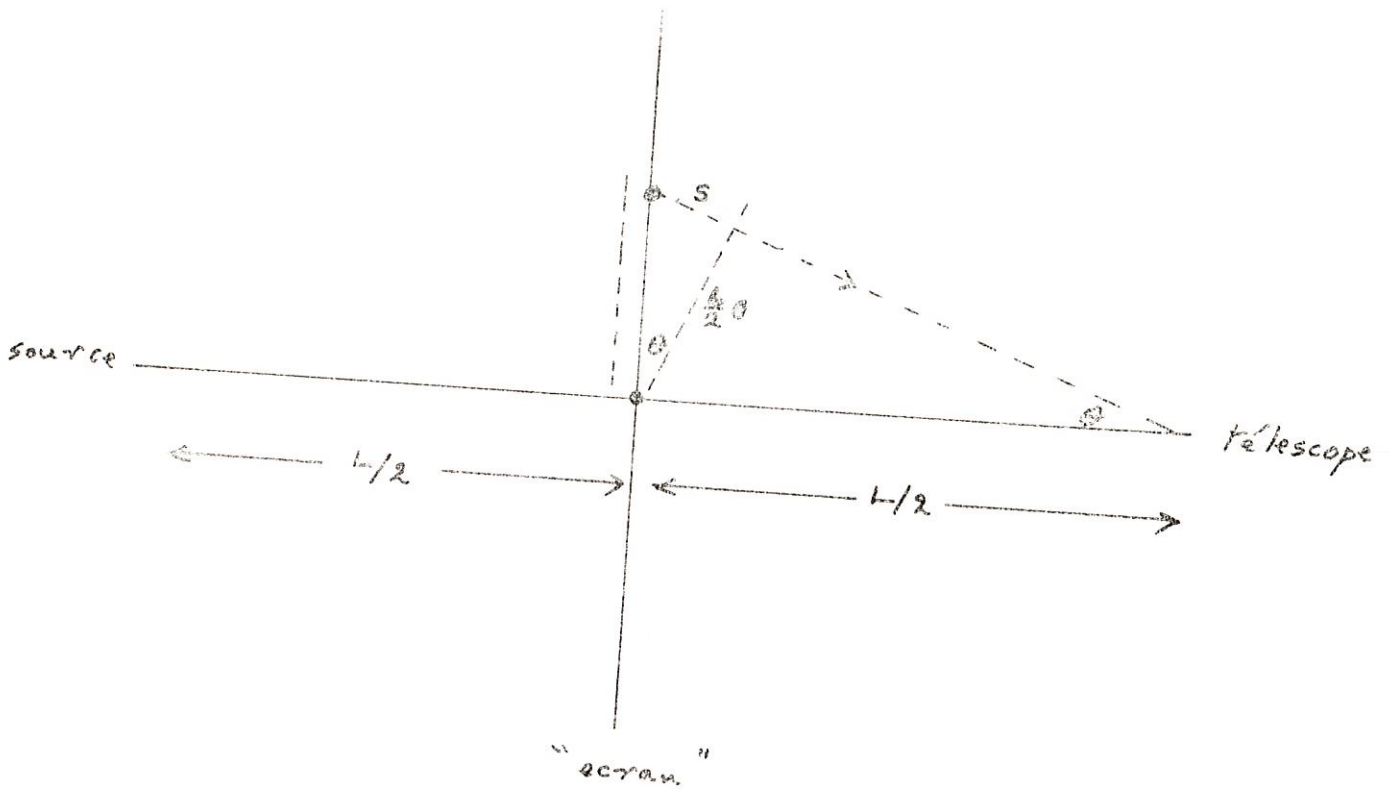
c'est-à-dire, l'inclinaison θ du front d'onde, par rapport à l'écran est donnée par :

$$a \theta = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \Delta\phi$$

d'où :

$$\theta = \frac{\lambda}{2\pi a} \Delta\phi$$

L'inclinaison de front d'onde donne aussi la direction dans laquelle se dirige le signal ; par conséquent, si le télescope récupère le signal, la configuration géométrique doit être :



Or, ce trajet, qui va de l'écran jusqu'au télescope introduit une différence s entre les chemins optiques de deux rayons voisins :

$$\begin{aligned}
 S &\approx \frac{L \theta^2}{2} \\
 &\approx \frac{L}{2} \cdot \lambda^2 \cdot \left(\frac{\Delta \phi}{2\pi a} \right)^2 \\
 &\approx \frac{L^2}{2a} \cdot \lambda^4 \left[\frac{e^2 \Delta N_e}{2\pi m c^2} \right]^2
 \end{aligned}$$

Nous avons jusqu'ici considéré la propagation d'une onde monochromatique, mais un récepteur enregistre une bande passante $\Delta \lambda$ autour de λ . Donc, un récepteur enregistre un "paquet d'ondes" tel que les chemins optiques des rayons individuels ont une dispersion Δs :

$$\Delta s = \frac{L^2}{2a} \left[\frac{e^2 \Delta N_e}{2\pi m c^2} \right]^2 \cdot 4 \lambda^3 \Delta \lambda$$

Or, si la valeur de Δs est très supérieur à λ , la superposition de toutes les ondes est "chaotique" et les effets de l'interférence seront faible : par conséquent, l'amplitude de la source va rester constante. On voit alors que la condition pour une superposition cohérente (et donc pour l'apparition d'un effet de "scintillation") est donnée par :

$$\Delta s \lesssim \lambda$$

d'où :

$$\Delta \lambda \lesssim \frac{2\pi^2 a}{\lambda^2 L^2 \Delta N_e^2} \left[\frac{mc^2}{e^2} \right]^2$$

Cet expression peut être exprimée aussi en termes de fréquence :

$$\Delta \nu \lesssim \frac{2\pi^2 a c}{\lambda^4 L^2 \Delta N_e^2} \left[\frac{mc^2}{e^2} \right]^2$$

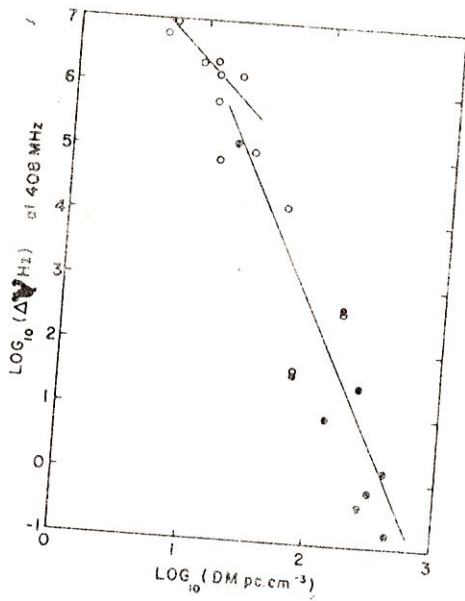
Considérons maintenant l'observation d'un pulsar avec un récepteur de bande passante variable. En choisissant une bande passante très petite, on observe une forte scintillation. A mesure qu'on élargi la bande passante, la scintillation diminue ; on trouve finalement une bande pour laquelle la scintillation est très faible ; selon la théorie, cette bande passante est égale à :

$$\Delta \nu_{\text{limite}} = \frac{2\pi^2 a c}{\lambda^4 L^2 \Delta N_e^2} \left[\frac{mc^2}{e^2} \right]^2$$

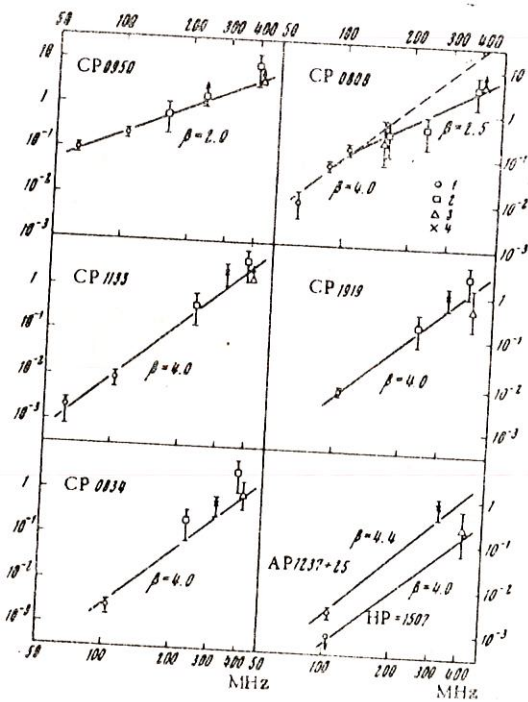
Pour l'ensemble des pulsars, et à différentes fréquences on peut vérifier si :

$$\Delta \nu_{\text{limite}} \propto \frac{1}{L^2 \lambda^4}$$

En pratique, comme on ne connaît pas directement les distances des pulsars, on utilise la mesure de dispersion [DM].



$\Delta \nu$ limite en fonction de DM à une fréquence (408 MHz)



$\Delta \nu$ limite en fonction de ν pour plusieurs pulsars. β est donné par :

$$\Delta \nu_{\text{limite}} \propto \nu^\beta$$

La valeur de β a été ajustée pour donner le meilleur accord avec observation. La valeur théorique est 4.