

LES LOIS DE KEPLER

Le but de ce travail est de vérifier les lois de Képler qui régissent le mouvement des planètes sous l'influence de l'attraction gravitationnelle du Soleil. Pour la découverte de ces lois, on peut se reporter au cours d'Histoire de l'Astronomie. Pour la démonstration moderne, un ouvrage classique de mécanique ou d'astronomie suffit.

Ie LOI : L'ORBITE PLANETAIRE EST UNE ELLIPSE DONT LE SOLEIL EST UN FOYER

On détermine l'orbite des planètes à la façon de Képler, mais d'une façon très simplifiée : Képler travaillait avec une précision meilleure que 1', au moyen de formules trigonométriques et des observations de Tycho, Fabricius et lui-même, étalées sur 24 ans. On travaillera sur des observations assez récentes, mais de façon graphique ce qui donne une précision se chiffrant en dizaines de minutes : on ne peut donc qu'admettre la nature elliptique de l'orbite et se borner à déterminer graphiquement ses principales propriétés. 2 planètes sont étudiées : une planète supérieure (Mars) et une planète inférieure (Mercure).

I.1- Détermination de l'orbite de Mars :

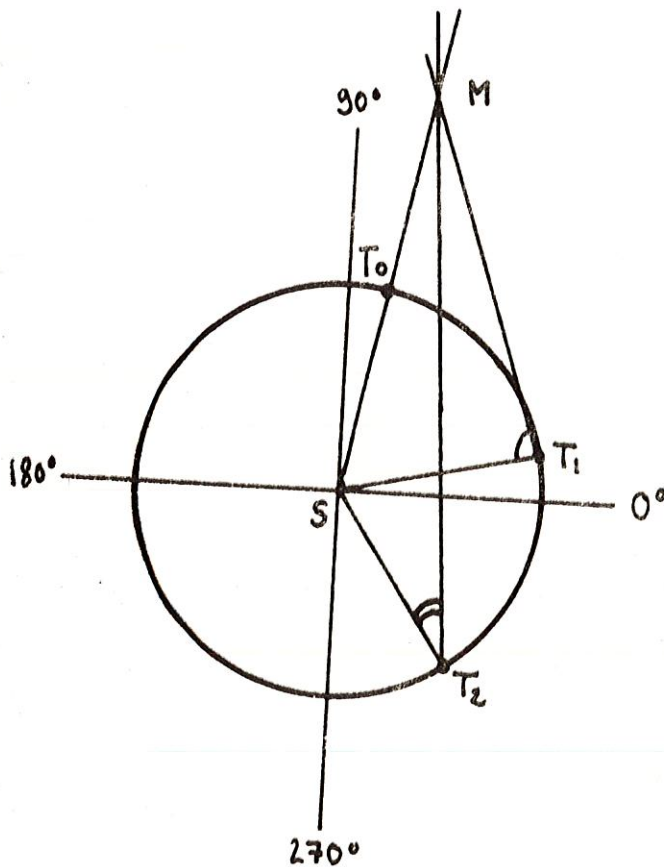
a) Déterminer la période synodique S_{\odot} de Mars: C'est l'intervalle moyen entre deux oppositions consécutives. D'après la datation en jours juliens, on peut noter que les intervalles diffèrent quelque peu. Pourquoi ? On peut obtenir une valeur précise en moyennant plusieurs oppositions, à condition que la première et la dernière opposition se produisent dans la même région de l'orbite martienne.

b) En déduire la période sidérale $T_{\oplus \rightarrow}$ (en jours).

On rappelle que $1/S_{\oplus \rightarrow} = 1/T_{\oplus} - 1/T_{\oplus \rightarrow}$

c) Par une première triangulation, Képler a déterminé la forme précise de l'orbite terrestre. C'est une ellipse d'excentricité très faible $e = 0,017$ (longitude héliocentrique de l'aphélie : 101°). Sur le graphique, elle est représentée de façon très correcte par un cercle centré sur le Soleil (rayon = 5 cm). Une ligne horizontale dirigée vers la droite représente le rayon vecteur du point vernal (longitude héliocentrique 0° par définition).

d) Déterminer des points de l'orbite de Mars.



On considère par exemple l'opposition de 1920. On a la position de la Terre T_0 et la direction de Mars est ST_0 . Une année martienne plus tard (Mars reprend alors la même longitude) la Terre a la position T_1 , l'observation donne l'angle ST_1M et donc la position de Mars. On peut déterminer T_2 , 2 années plus tard, d'où une nouvelle position M qui doit correspondre à la précédente ; prendre la meilleure approximation.

Faire de même pour les oppositions suivantes. On peut ainsi déterminer 4 points de l'orbite de Mars.

e) Déterminer les éléments de l'ellipse.

L'ellipse martienne a une faible excentricité, elle s'écarte donc peu d'un cercle. Déterminer ce cercle, qui inscrit le mieux possible les 4 points déterminés. Le centre de ce cercle est aussi le centre de l'ellipse. En déduire la longitude de l'aphélie, l'excentricité et le demi grand axe (en unité astr.).

I.2- Détermination de l'orbite de Mercure ☿ :

a) D'après les données, déterminer les périodes synodique et sidérale de ☿. Le principe en est le même que pour ♀.

b) Construire la trajectoire.

On donne la trajectoire terrestre et le mouvement de la terre sur cette trajectoire. On peut donc tracer les angles STM d'après les valeurs des élongations maximales. L'ellipse est tangente en M à TM. On ne peut déterminer précisément le point M à partir d'une construction, mais l'ensemble des élongations permet de tracer l'enveloppe des tangentes qui est la trajectoire.

La tracer ; préciser la longitude de l'aphélie, l'excentricité, le demi grand axe.

IIe LOI : L'AIRE BALAYÉE PAR LE RAYON VECTEUR (FOCAL) EST PROPORTIONNELLE AU TEMPS DE BALAYAGE (LOI DES AIRES)

On connaît (ou on peut connaître très facilement) la date, au cours d'une année martienne, correspondant à chacune des positions de Mars déterminées graphiquement.

Sélectionner deux intervalles de temps bornés par ces dates et vérifier la loi des aires en mesurant graphiquement les aires des secteurs correspondants.

IIIe LOI : $a^3/T^2 = \text{Cste (POUR LES PLANETES)}$

Plus précisément, si m_1 et m_2 sont les masses de deux objets liés par attraction gravitationnelle, a leur séparation maximale, T la période de leur mouvement relatif, on a :

$$a^3/T^2 = G(m_1 + m_2)/4\pi^2$$

- a) A partir des valeurs de a déterminées graphiquement (en u.a.) retrouver les valeurs des périodes sidérales de Mars et Mercure. Comparer avec les valeurs déduites des observations.
- b) A partir des valeurs graphiques de a et des périodes sidérales tirées des observations, donner dans les 2 cas la masse du Soleil en g ($G = 6,67 \cdot 10^{-8}$ C.g.s., $1 \text{ u.a.} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Km}$).
- c) Pluton a pour demi grand axe 39,4 u.a. Trouver sa période sidérale.
- d) Saturne a une période sidérale de 29,5 années. Trouver son demi grand axe.
- e) Europe tourne autour de J_4 en 3,55 j, à une distance de $6,71 \cdot 10^5 \text{ km}$. La Lune tourne autour de la Terre en 27,32 j à une distance de $3,85 \cdot 10^5 \text{ km}$. Exprimer M_{J_4} en M_{\oplus} .