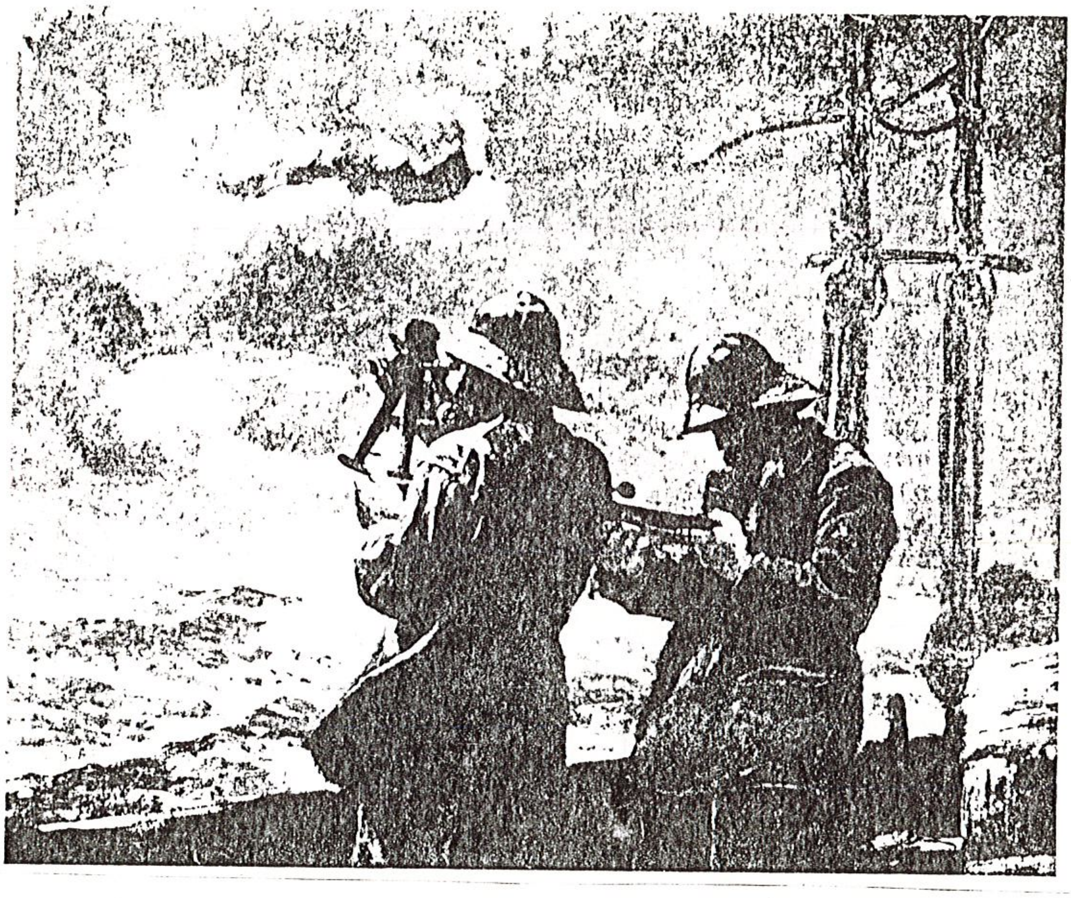
FAIRE LE POINT

(avec le Soleil)



Faire le point

(avec le Soleil)

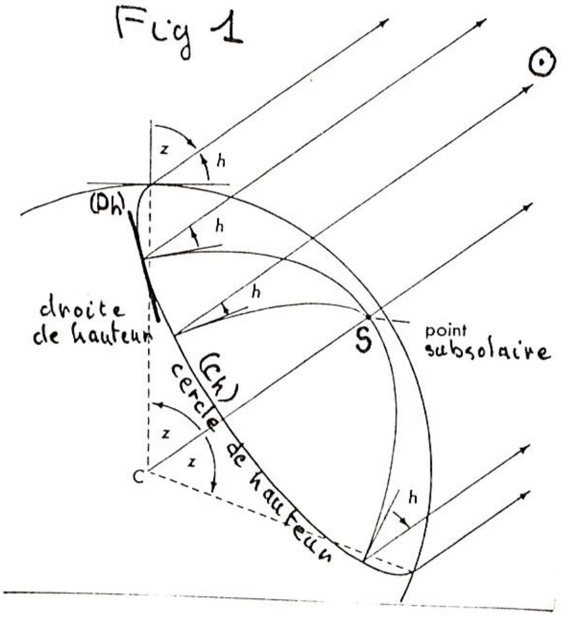
On cherche la position de l'observateur sur la surface terrestre, par le calcul de sa longitude et de sa latitude. L'opération est similaire à celle du marin qui "fait le point" : On mesure la hauteur du Soleil au dessus de l'horizon avec le sextant traditionnel, à une heure fournie par un garde-temps réglé sur le Temps Universel. L'avantage ici est que le navire ne bouge pas

I Principe

A un instant donné et une date donnée, on mesure la hauteur h du Soleil vrai avec le sextant.

Pour la date et l'heure choisies, les éphémérides nautiques donnent la position du Soleil par sa déclinaison D et son angle horaire par rapport au méridien de Greenwich, AHvo. Le point de la surface terrestre de coordonnées latitude $\lambda = D$, longitude $L = AHvo$ n'est autre que le point du globe où le Soleil se trouve au zénith, à l'instant considéré. C'est le point subsolaire S

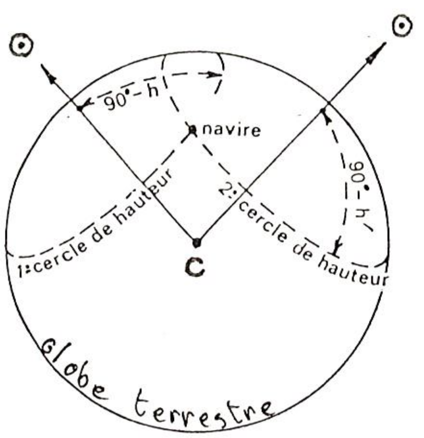
Fig 1



L'ensemble des points du globe où le Soleil a une hauteur h à l'instant considéré est un cercle, centré sur le point subsolaire, dont l'angle au centre terrestre est la distance zénithale du Soleil, $z = \frac{\pi}{2} - h$ (figure 1)

C'est le cercle de hauteur (C_h)

Fig 2



On recommence l'opération quelque temps plus tard. On obtient une hauteur h', un autre cercle de hauteur ($C_{h'}$), de centre S', de rayon angulaire $\frac{\pi}{2} - h'$. L'observateur se trouve à l'intersection des 2 cercles (Il y a 2 points d'intersection mais on n'est pas si "perdu" qu'on ne puisse choisir entre les deux. Sinon il faut tracer un 3ème cercle)

On peut imaginer de faire ainsi le point, à l'aide d'une mappemonde. L'intérêt est surtout pédagogique car la précision est largement insuffisante. On fait donc une recherche locale : Etant donné les dimensions du globe terrestre, on assimile localement une portion de cercle de hauteur à une droite, la droite de hauteur (Dh) et la détermination de la position se fait par l'intersection de 2 droites de hauteur, approximations locales des 2 cercles de hauteur

Comment tracer une droite de hauteur ?

On choisit un "point arbitraire" A censée représenter la position estimée de l'observateur. Il n'est donc pas tout à fait arbitraire car il doit être situé près de la position exact de façon que l'approximation droite de hauteur pour le cercle de hauteur soit justifiée

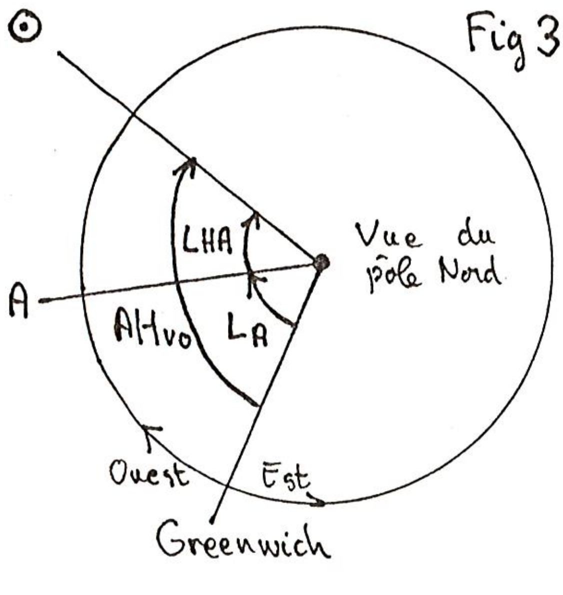


Fig 3

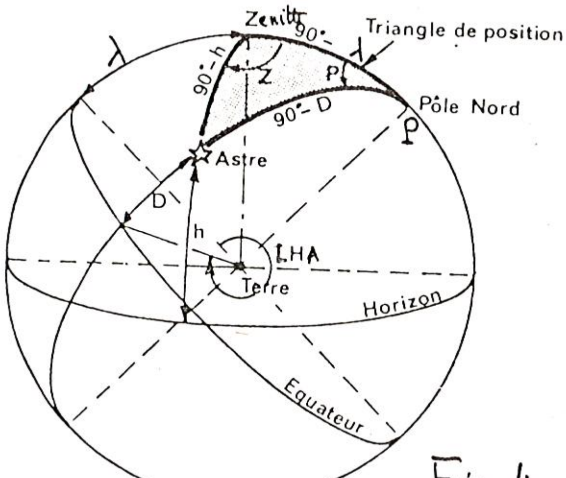
Soient λ_A et L_A la latitude et la longitude du point A. L'angle horaire du Soleil par rapport au méridien de A est

$$LHA = AHvo - L_A \quad \text{(figure 3)}$$

$L_A > 0$ si longitude Ouest

$L_A < 0$ si longitude Est

Connaissant λ_A, D, LHA, on peut calculer la hauteur h_c et l'azimut Z du Soleil dans le repère local de A

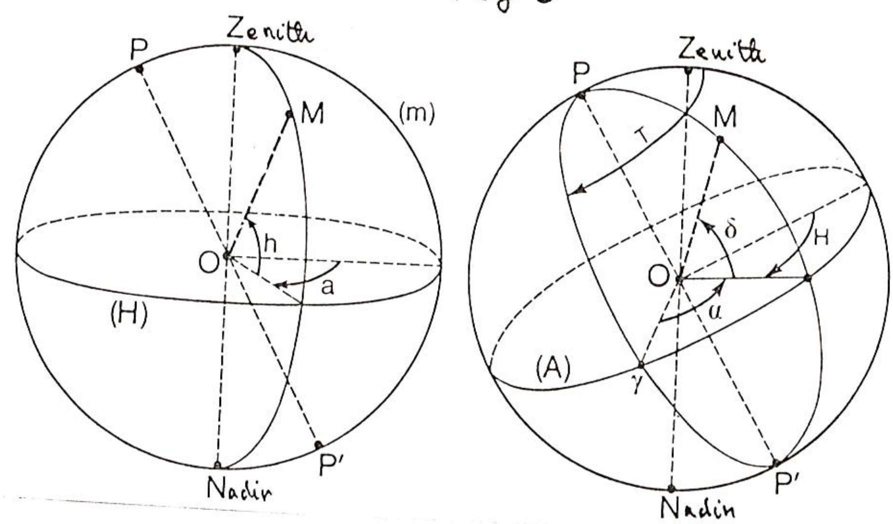


On peut, par exemple, résoudre le triangle sphérique Zénith, Soleil, Pôle Nord (figure 4)
(Angle en P, pôle Nord est égal à LHA si LHA < 180° ou 360° − LHA si LHA > 180°)

Fig 4

On peut aussi utiliser les formules de transformation (D, LHA) ⟷ (Z, h_c) grâce à la connaissance de λ_A. Ce problème équivaut au passage de (δ, H) à (a, h) (figure 5)

Fig 5



l'azimut Z des marins est compté à partir du Nord, alors que a est compté à partir du Sud $\quad Z = \pi + a$

On a, très facilement,

$$\sin h_c = \sin\lambda \sin D + \cos\lambda \cos D \cos LHA \quad (1)$$

$$\cos h_c \sin Z = -\cos D \sin LHA \quad (2)$$

$$\cos h_c \cos Z = \cos\lambda \sin D - \sin\lambda \cos D \cos LHA \quad (3)$$

A l'heure de l'électronique miniaturisée, il est très facile d'obtenir h_c et Z à partir des formules (1), (2), (3). Les Marins utilisent le plus souvent des tables

donnant directement h_c et Z , comme la table américaine (
H.O. 249

L'azimut Z donne la direction des rayons solaires en projection sur le plan local (figure 6)

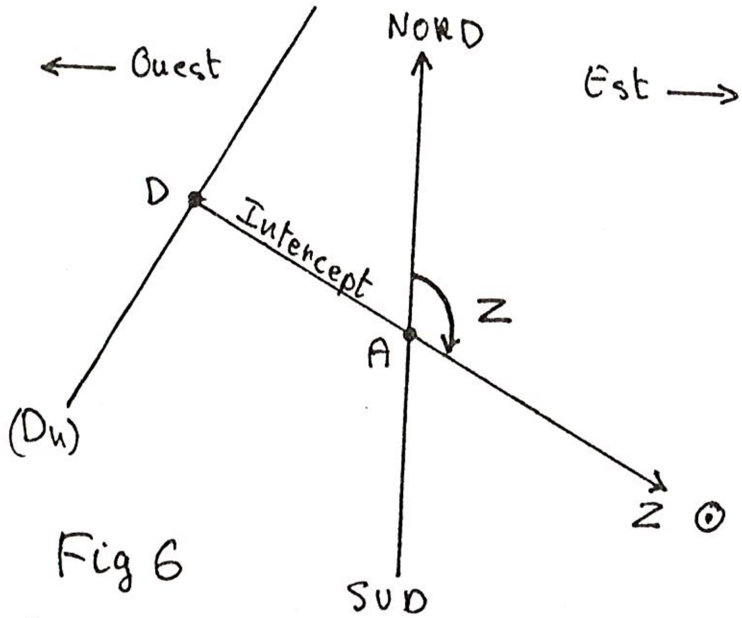
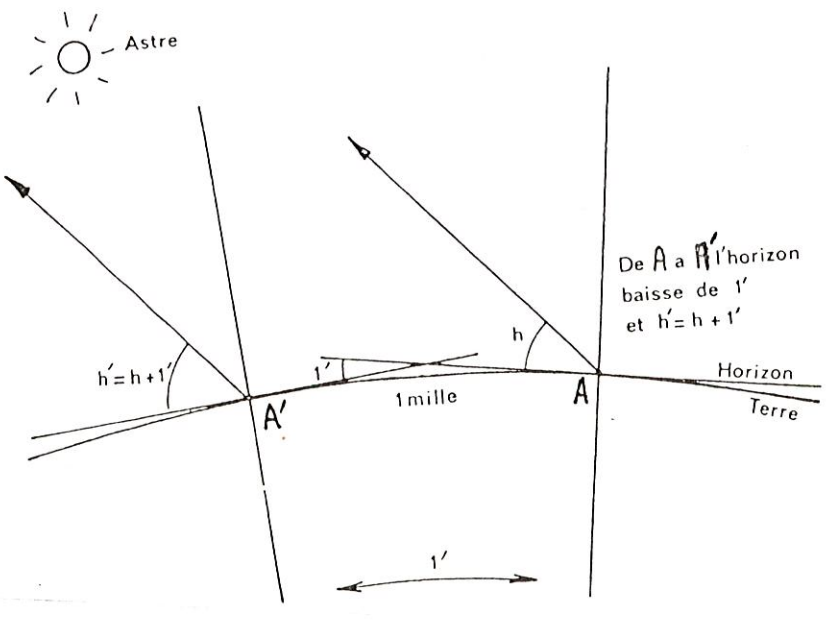


Fig 6

Comme on peut le voir sur la figure 1, la droite de hauteur est perpendiculaire aux rayons solaires, ici à la direction (AZ) de l'azimut. Or, si l'on veut une explication plus littéraire, la hauteur de l'astre croît si on s'en rapproche et décroît si on s'en éloigne. Elle ne change pas si on se déplace perpendiculairement à sa direction. Cela veut dire, par exemple, que l'ensemble des points où la hauteur du Soleil est h_c est la droite passant par A et perpendiculaire à (AZ). A priori $h_c \neq h$, hauteur mesurée, mais on sait que la droite de hauteur cherchée est perpendiculaire à (AZ). Pour déterminer (D_h) il suffit de connaître le "point déterminatif" D, intersection de (D_h) avec (AZ). D peut être trouvé grâce à h et h_c

Fig 7



La figure 7 montre que si l'on se rapproche de un mille de l'astre, la hauteur de l'astre augmente de 1' d'arc et inversement (Le mille marin est la distance qui sous-tend un angle de 1' d'arc)

La différence $h-h_c$ en minutes d'arc représente la longueur en milles dont il faut se rapprocher ou s'éloigner de l'astre à partir du point arbitraire pour que la hauteur devienne égale à h. On est alors au point déterminatif. La distance AD qui représente l'erreur du point arbitraire adopté s'appelle "l'intercept". (figure 6)

$$\boxed{\text{intercept (en milles)} = h - h_c \text{ (en ' d'arc)}}$$

L'intercept est algébrique, les sens > 0 étant celui de $\vec{AZ}$. On voit qu'une certaine latitude est possible dans le choix de A : si on change le point arbitraire l'intercept change et on retrouve la même droite de hauteur. Il ne faut pas toutefois que l'intercept soit trop grand, sinon l'approximation plan local n'est plus tout à fait valable. Si l'intercept est supérieur à 30 milles (soit une différence de hauteur de 30') il faut refaire le calcul (sans refaire les observations, qui restent valables) : on choisit un nouveau point A voisin du point déterminatif précédent et on calcule à nouveau hc, Z, etc...

— Ensuite, à une autre heure, on mesure la hauteur du Soleil et on refait les mêmes calculs à partir d'un second point arbitraire A'. On a donc 2 droites de hauteur dont l'intersection donne la position de l'observateur (figure 8)

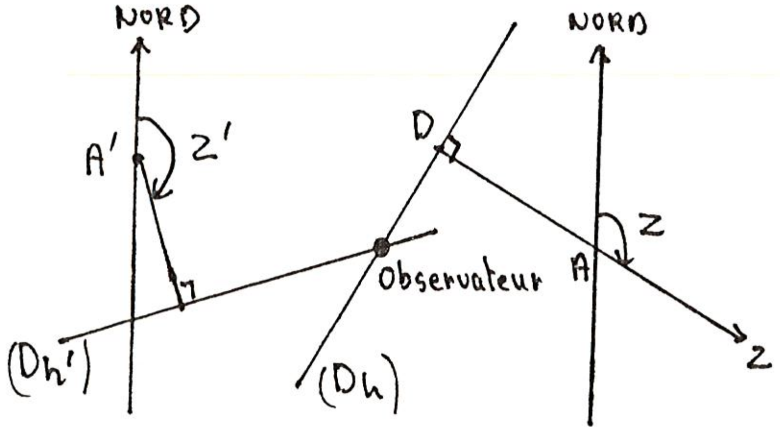


Fig 8

(Dh) et (Dh') doivent avoir des directions très différentes pour que l'intersection soit déterminée de façon précise. En général on attend au moins 3 heures entre les mesures de hauteur

Le point des marins

Le navire a un certain mouvement que les marins peuvent évaluer "à l'estime" : le compas fournit la direction du navire, la force du vent sa vitesse. On peut donc reporter sur la carte le chemin parcouru $\overrightarrow{MM'}$.., M étant sur (Dh) et M' sur (Dh') ce qui détermine la position de MM' de façon univoque (figure 9) : M et M' sont alors les positions du navire aux 2 instants où l'on a mesuré la hauteur du Soleil.

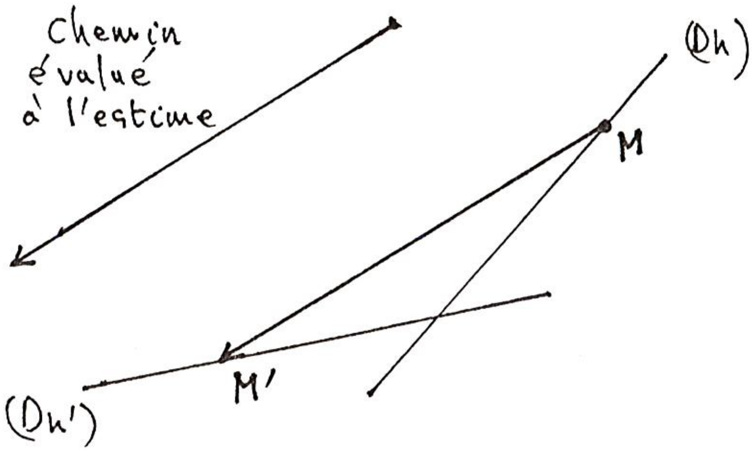


Fig 9

La nuit, on peut faire la même opération avec une étoile brillante. En fait on en prend deux, d'azimuts différents ce qui permet de tracer 2 droites de hauteur à l'instant considéré. Pour plus de sécurité, on en prend 3 ce qui donne un triangle aussi petit que possible à l'intérieur duquel se trouve le navire.

Les progrès des techniques radio ont permis l'élaboration d'un système international, dit "Loran" : des stations émettrices fixes émettent des signaux radio et des appareils de réception appropriés permettent de trouver la position, par la mesure de l'intervalle de temps d'arrivée des différents signaux radio. Cette méthode est plus précise, très utile en cas de mauvais temps. Elle est par contre énormément plus onéreuse. C'est une raison pour laquelle on continue à faire le point par les astres. Une autre raison, non moins essentielle, est que le matériel de fabrication humaine peut cesser de fonctionner pour de multiples raisons. (

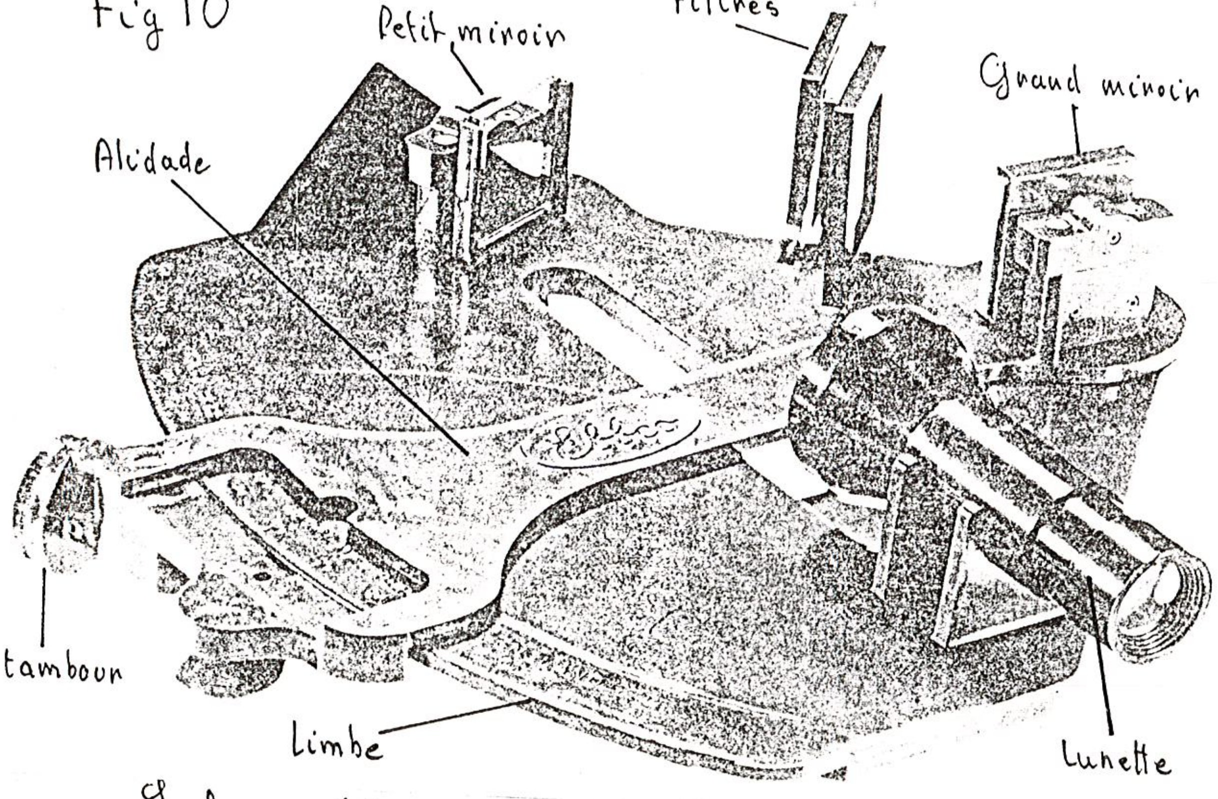
En cas de mauvais temps, et sans système Loran, on se débrouille à l'estime, à partir du dernier point connu .... avec prudence.

II Manipulation

II.1 Observation

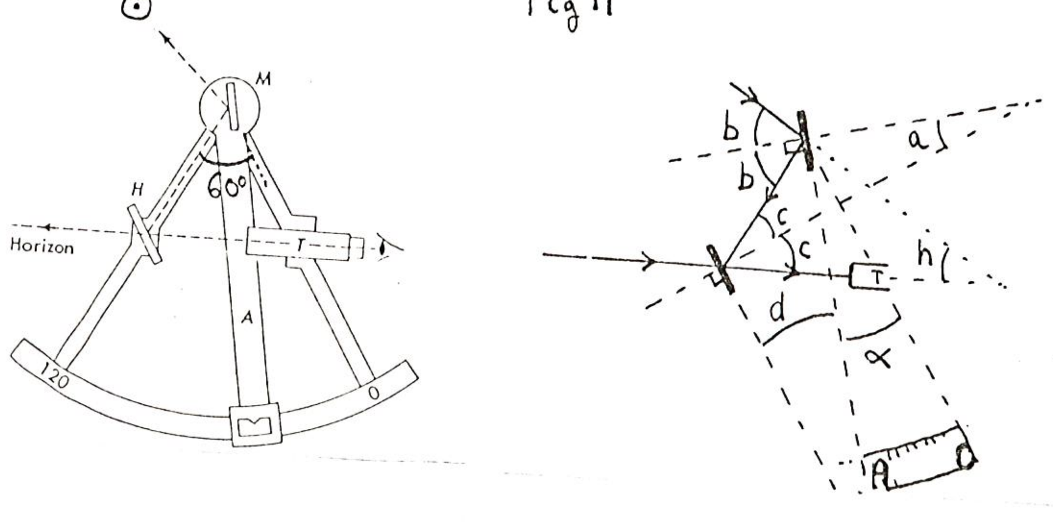
La mesure de hauteur est faite avec le sextant anglais EBBCO (figure 10)

Fig 10



La figure 11 explique le principe du sextant

Fig 11



$a = b - c$
$h = 2b - 2c$
$\Rightarrow h = 2a$
$a = d$
$\alpha = d$
$\Rightarrow \alpha = \frac{h}{2}$

Lorsque l'observateur voit l'image de l'astre coïncider avec l'horizon, l'angle entre l'alidade et le zéro du sextant est égal à h/2 mais le limbe est gradué de telle sorte qu'on lise directement h sur le limbe. Un tambour permet de faire un réglage fin. Soit ho la hauteur lue sur le limbe. La hauteur vraie h ne se déduit de ho qu'après plusieurs corrections.

Il y a des corrections qui tiennent au sextant lui-même. La lunette doit être parallèle au plan du limbe et les 2 miroirs doivent être perpendiculaires à ce plan. Les réglages correspondants sont censés être faits avant la manipulation. Par contre, il faut faire le réglage du zéro ou collimation (figure 12)

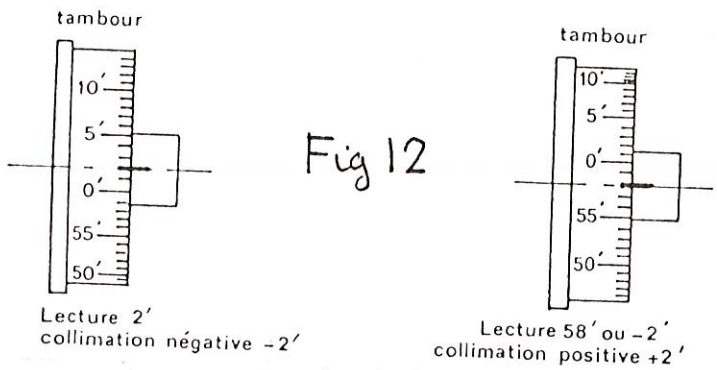


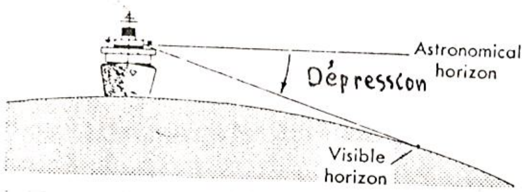
Fig 12

Pour cela on fait coïncider les 2 images d'un même objet choisi le plus loin possible. On doit théoriquement trouver 0. Si par exemple on trouve 0° 2' sur le tambour ho mesure 2' de trop et il faut retirer 2'. On a une collimation négative de -2'. Inversement si on trouve -0° 2', il faut ajouter 2' etc..

Les corrections qui ne tiennent pas à l'appareil sont :

- la correction de dépression (figure 13)

Fig 13



La dépression de l'horizon vient du fait que l'oeil de l'observateur est surélevé si bien que l'horizon visible est plus bas que l'horizon astronomique

Une correction négative est à faire (table IV, page 459 des Ephémérides nautiques du Bureau des longitudes, éditées chaque année par Gauthier - Villars)

- la correction de réfraction atmosphérique

La réfraction atmosphérique augmente la

hauteur et une correction négative doit être faite (tables I, II, III) (5)

- la correction de demi - diamètre

On fait en général tangenter le bord inférieur du Soleil avec l'horizon. L'angle mesuré est donc trop faible d'un $\frac{1}{2}$ diamètre apparent du Soleil. On doit donc ajouter environ 16'

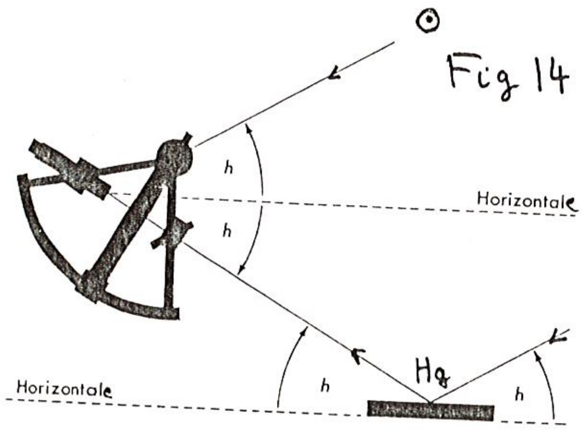
- la correction de parallaxe

Les rayons solaires ne sont pas parallèles rigoureusement à cause de la distance finie du Soleil. La correction à faire (table V) est beaucoup plus faible que les autres

La table VII donne la correction globale – réfraction moyenne – dépression + demi - diamètre + parallaxe pour une élévation de l'oeil et une hauteur observée données

En fait la manipulation sera beaucoup plus simple : l'horizon terrestre étant largement encombré, on réalise un horizon artificiel au moyen d'un bain de mercure, excellente matérialisation du plan horizontal local (figure 14)

Fig 14



Lorsqu'on a fait coïncider les 2 images du Soleil on mesure 2 fois la hauteur du Soleil. Il n'y a plus que 2 corrections à faire, celle du zéro et celle de la réfraction atmosphérique

On a $2h_1 = 2h_0 +$ collimation

et $h = h_1 - r$ (correction de réfraction moyenne donnée par la table I). On arrondit la valeur de h à la minute

Il faut noter que les 2 corrections ainsi faites sont le plus souvent comparables à la précision du sextant qui, ici, dans la meilleure des hypothèses ~~est~~ voisine de 1 à 2 minutes d'arc

Quant à l'heure, la montre suffit si on a repéré auparavant son écart par rapport à l'horloge parlante. Il ne faut pas oublier de faire la correction de 2 h ou de 1 h selon qu'on est ou qu'on n'est pas en heure d'été.

La précision sera difficilement meilleure que la dizaine de secondes et on doit se rappeler qu'une erreur de 4 secondes sur l'heure introduit une erreur sur le point de 1' de longitude.

<u>Exemple</u> :

Le lundi 26 février 1979, on a mesuré une hauteur $2h_0$ du Soleil égale à 29° 17', à 8 h 20m 30 s T.U. (environ)

La collimation est de $-1'$ d'où

$2h_1 = 29°\,16'$ soit $h_1 = 14°\,38'$

Pour une telle hauteur, la réfraction r est d'environ 4' (Table I, p. 458)

d'où $h = 14°38' - 4' = \boxed{14°34'}$

II.2 <u>Calcul de AHvo et de D</u>

Les Ephémérides nautiques donnent, pour le 26 février 1979, à 8^h T.U. :

AHvo $= 296°\,44{,}3'$

D $= 8°\,53{,}7'$ Sud (On note $d = 0{,}9$ en bas de la colonne des déclinaisons)

A 8 h 20 m 30 s, AHvo et D peuvent être calculées grâce aux Tables d'interpolation générales (pages 422 à 455)

On choisit la page correspondant aux minutes de l'heure T.U. Ici 20 m et dans la première colonne on prend la ligne correspondant aux secondes de l'heure T.U.

On lit dans la 2ème colonne la correction à apporter à l'angle horaire AHvo. Ici $5° 07,5'$

D'où $AHvo = 296° 44,3' + 5° 07,5'$

$= 301° 51,8'$ qu'on arrondit à $\boxed{301° 52'}$

Pour avoir **D**, on se sert de la valeur d, différence entre les déclinaisons correspondant le 26 février 1979 à différence d'heure de 1h T.U. A la même page des tables d'interpolation (20m) on **lit** d **dans** la 5ème colonne et on applique la correction **correspondante** dans la 6ème colonne.

Ici à 0,9 correspond une correction de $0',3$

d'où $D = 8° 53,7' - 0,3' = 8° 53,4'$ Sud

soit $\boxed{\mathbf{D = 8° 53'} \text{ Sud}}$

(On a négligé la variation de D correspondant aux 30s)

II.3 Choix du point arbitraire A et calcul de Z et h_c

Il faut choisir A le plus près possible du point exact

Si on calcule Z et h_c pour le point A d'après les formules (1), (2), (3) il n'y a pas d'autres contraintes sur le choix de A.

Si par contre on utilise des tables comme la table américaine HO 249, il y a une contrainte supplémentaire. Cette table ne permet de calculer Z et h_c que pour des valeurs entières de la latitude et de l'angle horaire LHA. Il **faut** donc choisir λ_A entière et la longitude L_A telle que $LHA = AHvo - L_A$ soit entier

On a choisi $\boxed{\begin{array}{l} \lambda_A = 49° \text{ Nord} \\ L_A = 0° 8' \text{ Est} \end{array}}$

de telle sorte que $LHA = 301° 52' - (-0° 8') = \boxed{302°}$

On choisit dans la table 170249 le groupe de tableaux correspondant à la latitude en remarquant bien qu'à une même latitude correspondent 2 sous-groupes
- Le sous-groupe "same name as latitude" constitué de 2 tableaux (déclinaisons 0–14° et 15°–28°)
- Le sous-groupe "contrary name to latitude" également constitué de 2 tableaux.

Le 1er sous-groupe correspond à une configuration (latitude Nord, déclinaison Nord) ou (latitude Sud, déclinaison Sud). Le 2ème à une configuration (latitude Sud, déclinaison Nord) ou (latitude Nord, déclinaison Sud).

Ici, $\lambda_A = 49°$ Nord et $D = 8° 53'$ Sud.

On choisit donc le tableau (latitude 49°, déclinaison 0°–14°, contrary name to latitude)

On prend la colonne $D = 9°$ et la ligne $LHA = 302°$ et on lit $h_c = 13° 01'$, $d = -49'$, $Z = 121°$

Si $LHA > 180°$ l'azimut vrai est bien celui donné par la table

Si $LHA < 180°$, l'azimut vrai est $Z = 360° - Z_{table}$

Ici $LHA = 302°$ et donc Z est bien égal à $121°$

Il reste la correction de latitude à effectuer (7' d'écart entre 9° et 8° 53'). Cette correction ne joue pratiquement pas sur Z et on a $\boxed{Z = 121°}$. Elle joue par contre sur h_c et la valeur de h_c correspondant à $D = 8° 53'$ peut être trouvée grâce à d:

On considère la table intitulée "Correction to tabulated altitude for minutes of Declination"

Les colonnes correspondent à la valeur absolue du résidu de D (ici 7') et les lignes à la valeur absolue de d en '

(ici 49) . Le chiffre lu à l'intersection (ici 6) donne (13
en minutes la valeur absolue de la correction à appliquer à h_c

La correction aura le signe de d si le "reste" de D est positif (c'est à dire si on a arrondi D au degré inférieur) et inversement.

Ici le reste est de $-7'$ puisqu'on a arrondi au degré supérieur, la correction a le signe contraire de d et est donc positive (on s'en rend compte facilement en comparant les colonnes voisines) d'où $h_c = 13°01' + 06' = \boxed{13°07'}$

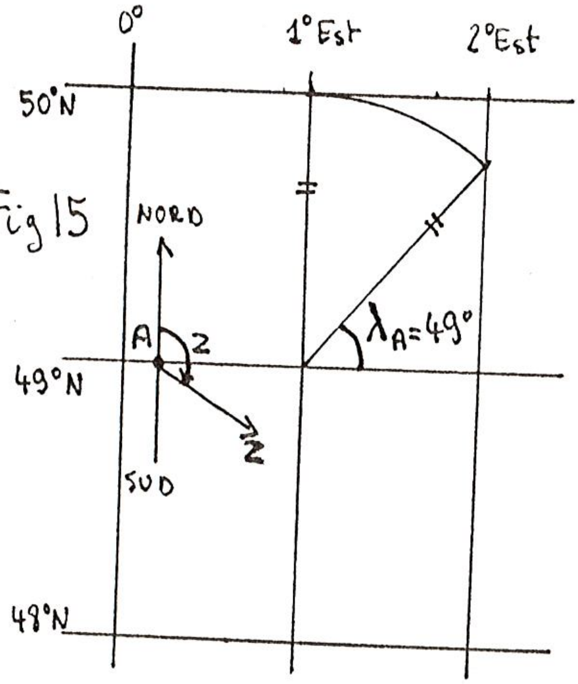
II.4 Tracé de la droite de hauteur

L'intercept vaut $h - h_c = 14°34' - 13°07'$
$= 1°27'$

soit 8.7 milles.

La connaissance de Z et de l'intercept permet de dessiner la droite de hauteur. On prendra une feuille de papier millimétré et on déterminera l'unité de longueur représentant le mille ou un de ses multiples par la division angulaire correspondante d'un méridien

Fig 15



Il faut se souvenir en effet que 1' d'arc de cercle à la surface terrestre ne représente un mille qu'il s'agit d'un grand cercle (méridiens, équateur, cercle représenté localement par AZ et qui porte l'intercept comme le montre la figure 7, etc...)

Sur carte les parallèles ont des longueurs différentes. Le parallèle de latitude λ a une longueur qui est cos λ fois celle d'un grand cercle. Le tracé de la droite de hauteur doit respecter cette inégalité (figure 15)

La figure 16 nous montre le tracé de la droite de hauteur (Dh) correspondant à la première observation

II. 5 Le point

La figure 16 nous montre une première détermination de la position de l'observateur avec les droites de hauteur (Dh) et (Dh')

La deuxième observation a été faite à 10h 12m T.U. et l'on a mesuré $2h_0 = 54°53'$

soit $h_1 = 27°26'$

et $\boxed{h = 27°24'}$

A 10h on a $AHvo = 326°44,5'$

$D = 6°51,9'$ $(d = 9,9')$

soit A 10h 12m $AHvo = 329°44,5' = 329°45'$

$D = 8°51,7' = 6°52'$

On a choisi un point arbitraire $\begin{cases} \lambda_{A'} = 49°N \\ L_{A'} = 2°15' \text{ Est} \end{cases}$

de telle sorte que $LHA = 329°45' + 2°15' = 332°$

On a alors $\boxed{Z = 149°}$

$H_c = 27°$ $(d = -56')$ $\Rightarrow \Delta H_c = 7'$

soit $\boxed{h_c = 27°7'}$

et $h - h_c = 17'$ d'où (Dh') et la position de l'observateur

La construction de (Dh) ayant abouti à un intercept trop long (87 milles), on a choisi un point arbitraire A'' plus près de la position exacte.

On a toujours $h = 14°34'$

$AHvo = 301°52'$

$D = 8°53'$ Sud

On prend encore $\lambda_{A''} = 49°$ Nord mais $L_{A''} = 3°08'$

de telle sorte que LHA = 301° 52′ − (− 3° 03′) = 305°

On a alors $\boxed{Z = 122°}$

$h_c = 14°42$ (d = − 49)

soit une correction de + 6′

et $\boxed{h_c = 14°48'}$

l'intercept est alors $h - h_c = -14'$

d'où (Dh″) et la nouvelle position de l'observateur (figure 16 bis)

latitude ≃ 48° 46′ Nord

longitude ≃ 2° 30′ Est

ce qui est satisfaisant, le point ayant été fait à Antony, ville de la banlieue Sud de Paris

Et bonne croisière pour les futurs navigateurs..

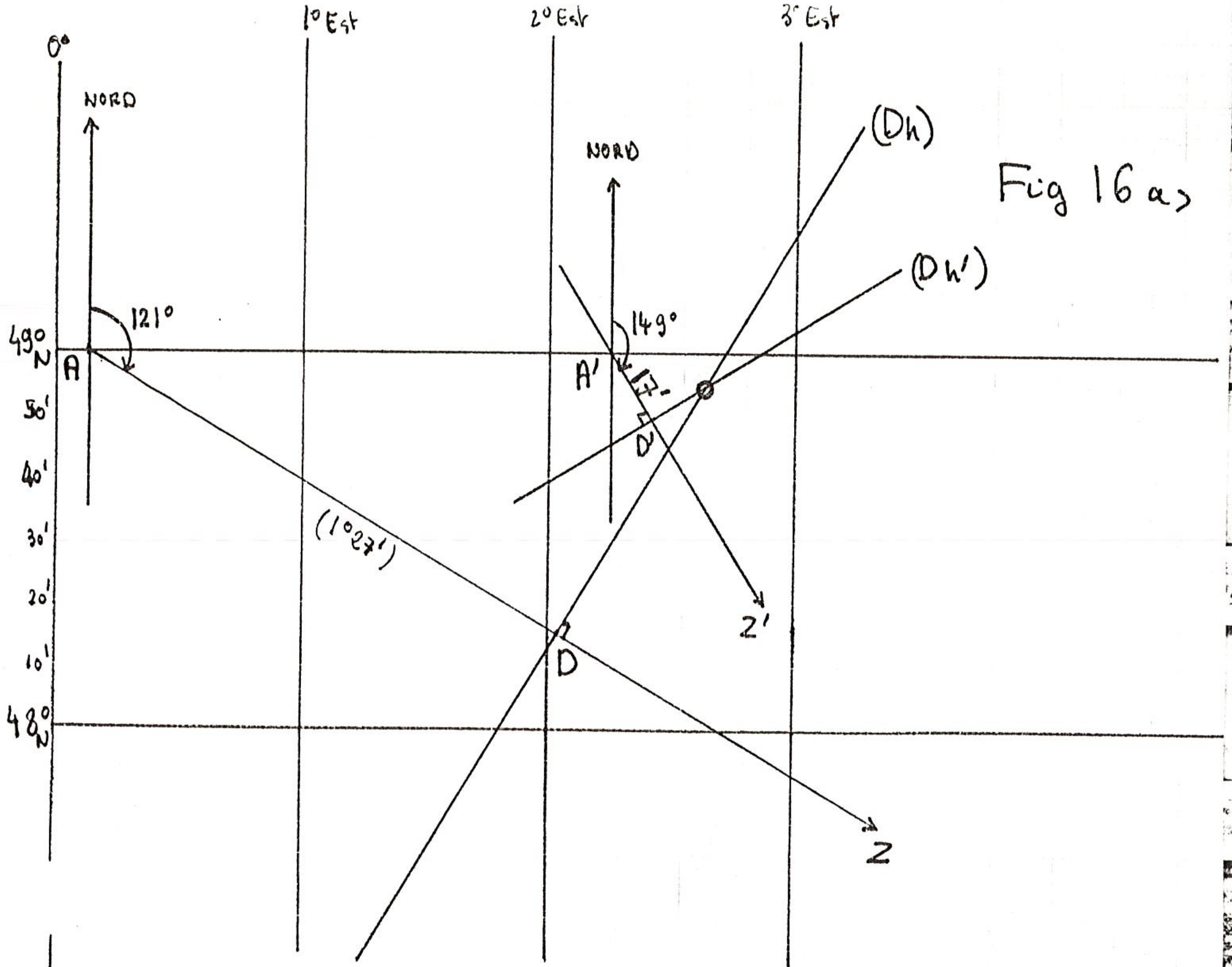


Fig 16 a)

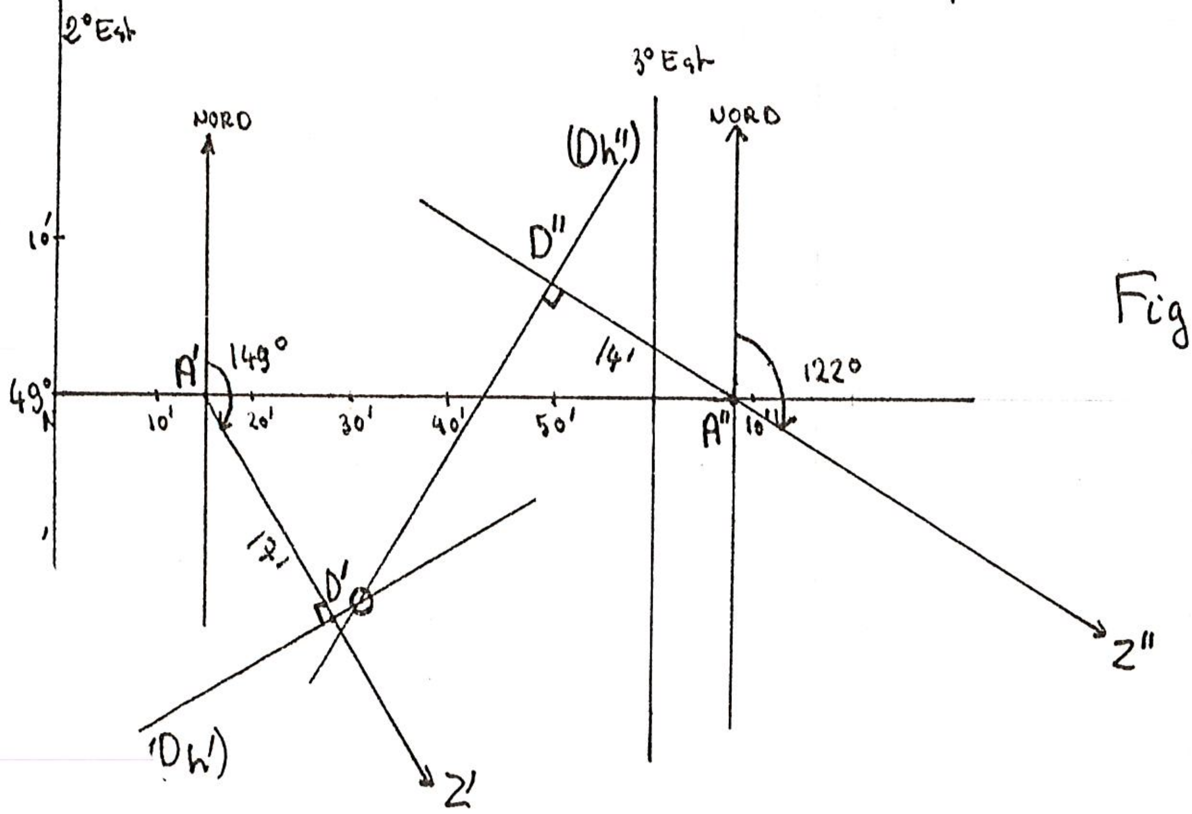


Fig 16 b)