

LA MESURE DU TEMPS :

CONSTRUCTION D'UN CADRAN SOLAIRE

I.- NOTIONS ELEMENTAIRES SUR LE TEMPS :

On définit le jour solaire vrai comme étant l'intervalle de temps séparant 2 passages successifs du Soleil au méridien du lieu. (c'est le grand cercle de la voûte céleste contenant le zénith du lieu et les pôles célestes). Ce jour est variable au long de l'année : 1) l'orbite de la Terre est elliptique et donc la vitesse apparente du Soleil n'est pas constante ; 2) même si l'orbite terrestre était circulaire, le jour solaire vrai ne serait constant que si l'axe de rotation de la Terre était perpendiculaire à l'écliptique. Or l'écliptique est inclinée sur l'équateur d'un angle égal actuellement à $23^{\circ}27'$. Ces deux particularités expliquent la variation du jour solaire vrai.

On définit donc le jour solaire moyen : c'est la moyenne du jour solaire vrai ou encore l'intervalle de temps séparant 2 passages successifs au méridien du soleil moyen : Ce soleil a un mouvement circulaire uniforme (de période 1 an) dans un plan parallèle à l'équateur. Avant qu'on ait pu déceler les variations de la durée de rotation terrestre, la seconde était définie comme la fraction $1/86400$ du jour solaire moyen. L'écart entre jour solaire vrai et jour solaire moyen peut atteindre 30 s et cet écart peut se cumuler au long de l'année pour atteindre 16 min. Ainsi le soleil moyen peut être en retard ou en avance sur le soleil vrai de 16 min.

A partir de là, on définit le temps solaire vrai (TSV) du lieu comme étant l'angle (compté en h, min, sec) entre le méridien du lieu (0h pour le su \grave{a}) et le cercle horaire (grand cercle de la voûte céleste contenant l'axe des pôles et la direction envisagée) du soleil vrai. On définit de même le temps solaire moyen (TSM) pour le soleil moyen. Comme expliqué précédemment, l'écart entre TSM et TSV peut atteindre 16 min.

On définit l'équation du temps $E(t)$ par :

$$\boxed{\text{TSM} = \text{TSV} + E(t)}$$

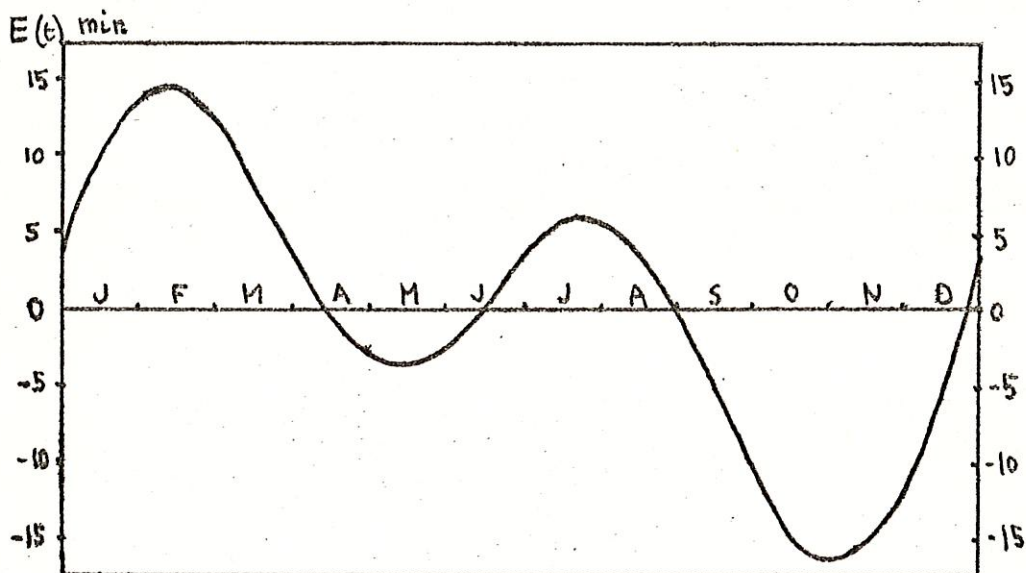


Fig. 1

Le TSM du lieu étant égal à 0h lorsque le soleil moyen passe au méridien du lieu, on doit définir le temps civil = TSM + 12h, pour éviter de changer le jour en plein milieu de la "journée".

Par définition TSM et TSV sont des temps locaux.

De façon évidente, on a, pour un lieu de longitude L :

$$\boxed{\text{TSM}(L) = \text{TSM}_{\substack{(L=0h) \\ (\text{Greenwich})}} - L}$$

$L > 0$ si longitude Ouest
 $L < 0$ si longitude Est

(resp TSV)

Par définition, on appelle temps universel (T.U.) le temps civil du méridien de Greenwich ($L = 0$)

$$\boxed{\text{T.U.} = \text{TSM}_{(L=0h)} + 12h}$$

Cette notion est fondamentale, car pour des raisons de commodité chaque lieu ne peut avoir son heure : on divise donc la Terre en 24 fuseaux horaires (équivalents à $360/24 = 15^\circ$) où tous les pays (et les lieux) à l'intérieur d'un même fuseau adoptent le même temps légal qui est (en général) le temps civil du méridien central du fuseau. Donc, en général, le temps légal d'un fuseau n (le fuseau centré sur Greenwich est le fuseau 0) est égal à $\text{T.U.} + nh$.

En France le temps légal est le temps universel (la France est située dans le fuseau 0) depuis le 9 mars 1911. Mais la France, comme d'autres pays, a adopté le système de l'heure d'été : on avance l'heure légale d'une heure lorsque les jours sont longs. L'heure d'été en France a été appliquée de façon plus ou moins simple et régulière : en 1977, l'heure légale est T.U. avancée d'une heure ($\text{T.U.} + 1h$). Cette heure légale est avancée d'une heure (heure d'été) entre le Dimanche 3 avril à 2h (1h T.U.) et le dimanche 25 septembre à 3h (1h T.U.).

Depuis que l'on dispose d'horloges très précises (horloges à quartz puis horloges atomiques) on a mis en évidence des irrégularités dans la rotation terrestre et un ralentissement séculaire dû aux frictions des marées sur les continents. Le T.U. n'est donc pas une échelle de temps uniforme et l'unité de T.U., la seconde traditionnelle est définie à 10^{-7} près. On a donc défini (1960) une nouvelle échelle de temps, le T.E., Temps des Ephémérides dont l'unité, la seconde des éphémérides est définie

d'après le mouvement de la Terre autour du Soleil. Cette unité est définie à 10^{-9} près. Enfin, en 1967, on a défini le temps atomique (T.A.) dont l'unité, la seconde atomique, est définie d'après une transition de l'atome de Césium 133 et est précise à 10^{-12} .

Néanmoins le T.U. reste en usage pour notre vie civile, les marins, les géodésiens, Etc...

II.- THEORIE DU CADRAN SOLAIRE (Horizontal)

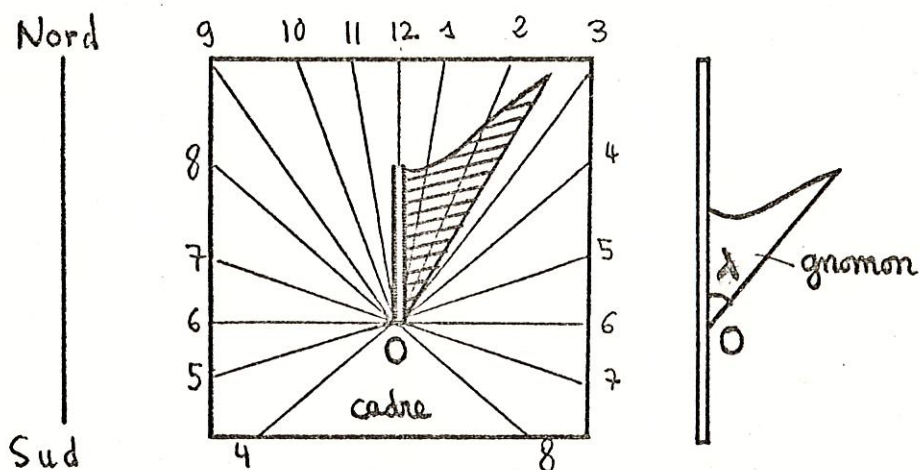


Fig 2.

Le cadran solaire se compose d'un cadre gradué sur lequel l'ombre projetée d'un gnomon d'angle égal à la latitude du lieu détermine le temps solaire vrai du lieu augmenté de 12h (la tradition fait écrire les heures de l'après midi 1, 2, 3, ...)

Le cadran solaire est orienté selon le méridien du lieu, le 12 étant évidemment dirigé vers le nord.

Par construction l'arête du gnomon est parallèle à l'axe des pôles. Le Soleil ayant un mouvement apparent de rotation autour de cet axe en 24h il en va de même pour son cercle horaire et pour OT qui peut être considéré comme l'ombre portée du gnomon sur le plan de l'équateur céleste.

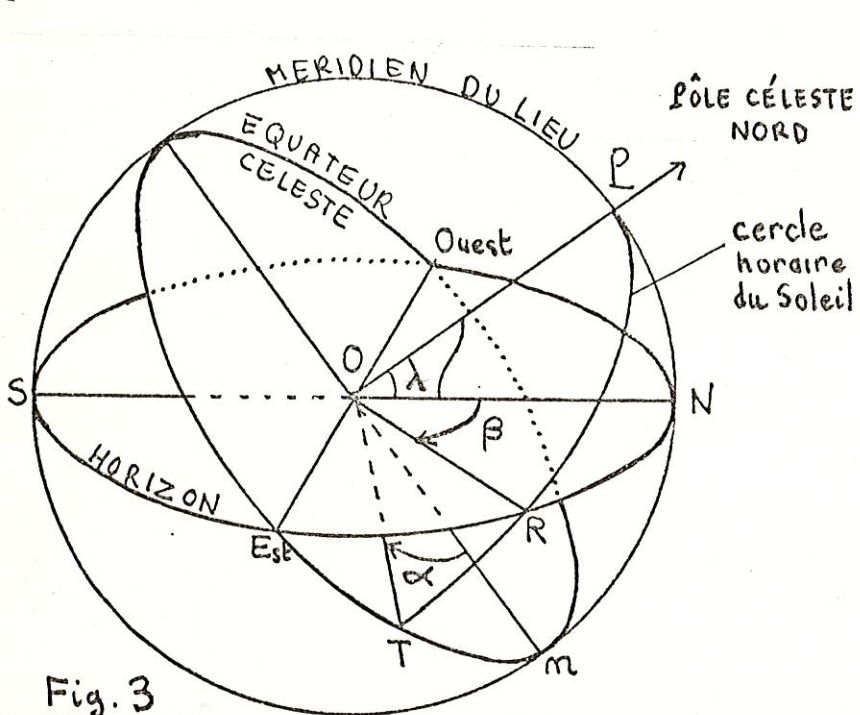


Fig. 3

$$\text{Montrer que } \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \times \sin \lambda$$

Une fois construit, le cadran solaire convenablement orienté nous donne le temps solaire vrai du lieu (+ 12h). On cherche le temps légal donc :

- 1) Il faut corriger l'équation du temps pour avoir le temps solaire moyen du lieu + 12h ou temps civil
- 2) Il faut corriger de la longitude du lieu pour avoir le temps civil de Greenwich ou T.U.
- 3) En France, il faut avancer d'1h le T.U. ou de 2h (heure d'été) pour avoir le temps légal.

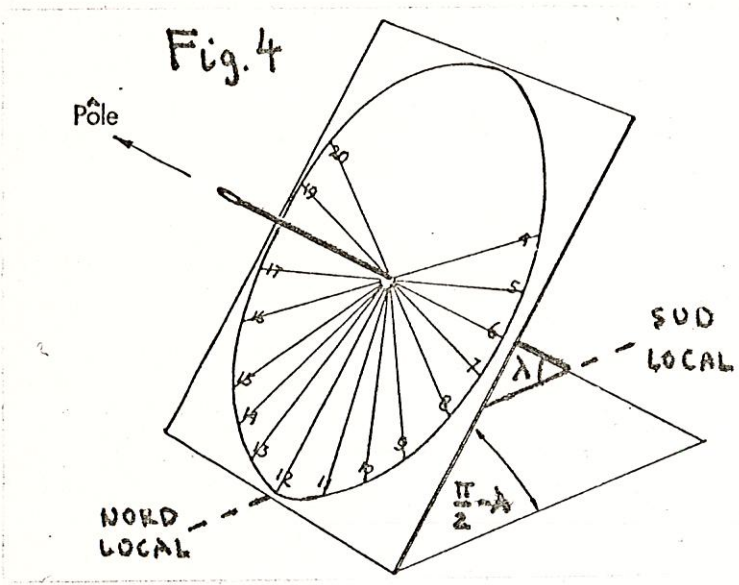
$\alpha = (\vec{ON}, \vec{OT})$ augmente donc uniformément de 15° par heure.

Le problème est de déterminer le mouvement de l'ombre portée \vec{OR} du gnomon sur le plan horizontal, repérée par

$\beta = (\vec{ON}, \vec{OR})$. C'est β qui est vu sur le cadran solaire et inscrit en valeur correspondante (en h) de α

(α est le TSV défini en I).

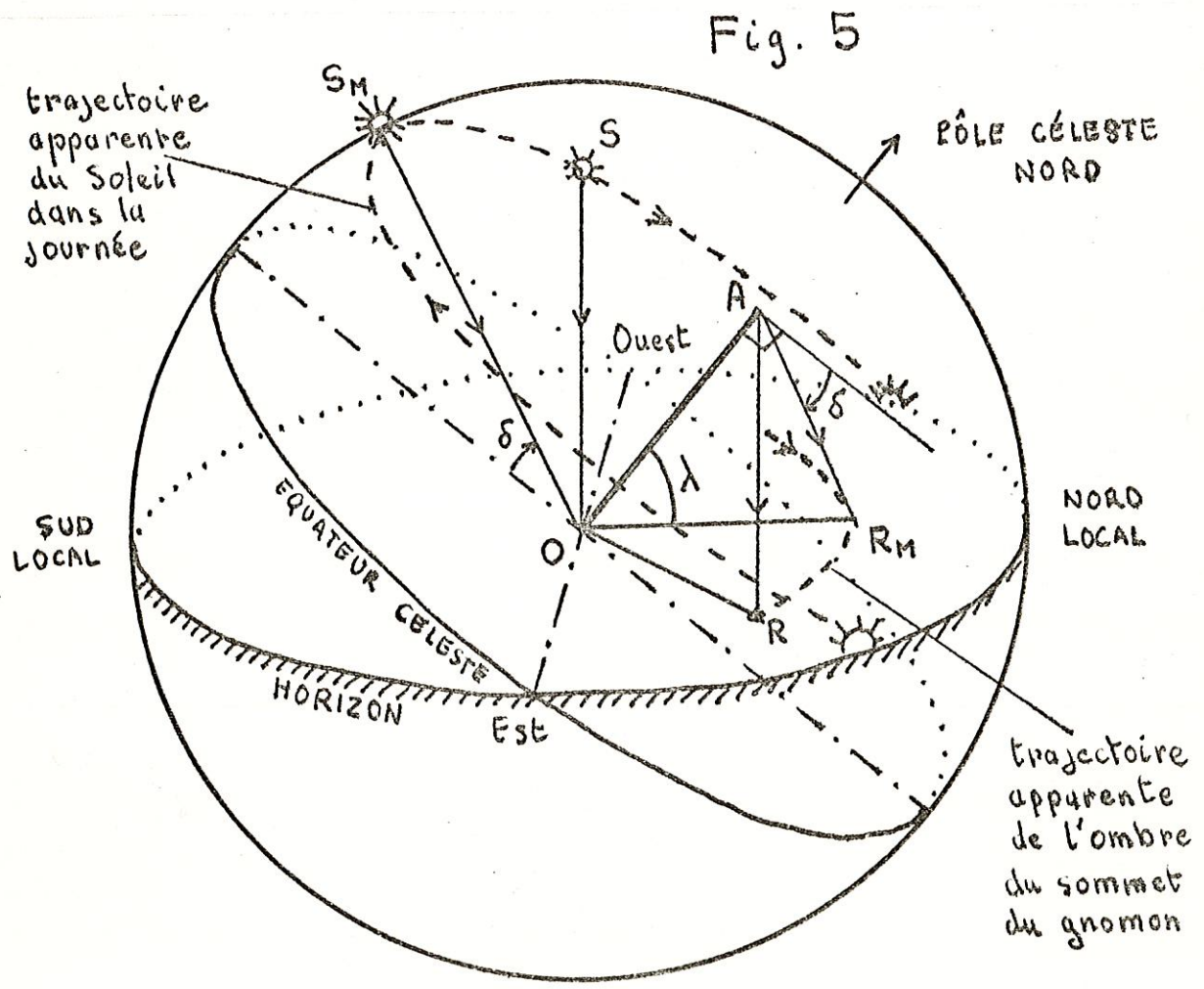
Remarquons que dans le cas des pôles, le tracé serait particulièrement simple car $\beta = \alpha$.



On a également cette simplicité de construction dans un type de cadran non horizontal, dont le plan est parallèle à l'équateur céleste (fig. 4) : le cadran est dit équatorial. Il est incliné sur l'horizontale d'un angle égal au complément de la latitude.

Variation de la longueur de l'ombre

La longueur de l'ombre dépend (à une heure solaire donnée) de la



position du Soleil sur l'ecliptique et donc de la date. On peut donc espérer, inversement, connaître la date d'après la longueur de l'ombre.

La figure 5 montre que la coordonnée importante est, pour ce problème, la déclinaison.

L'ombre de l'extrémité A du gnomon correspondant à la position S du Soleil est R ($\vec{AR} // \vec{SO}$ car le Soleil est pratiquement à l'infini). Lorsque le Soleil est au méridien (S_M) l'ombre de A est le point R_M .

L'angle du rayon solaire avec le plan perpendiculaire en A au gnomon est, de façon évidente, égal à la déclinaison δ du Soleil à la date considérée.

La trajectoire de l'ombre R de A peut être obtenue de façon très simple en faisant tourner le triangle AOR_M autour de l'arête du gnomon et en prenant l'intersection de la droite AR_M avec le plan horizontal.

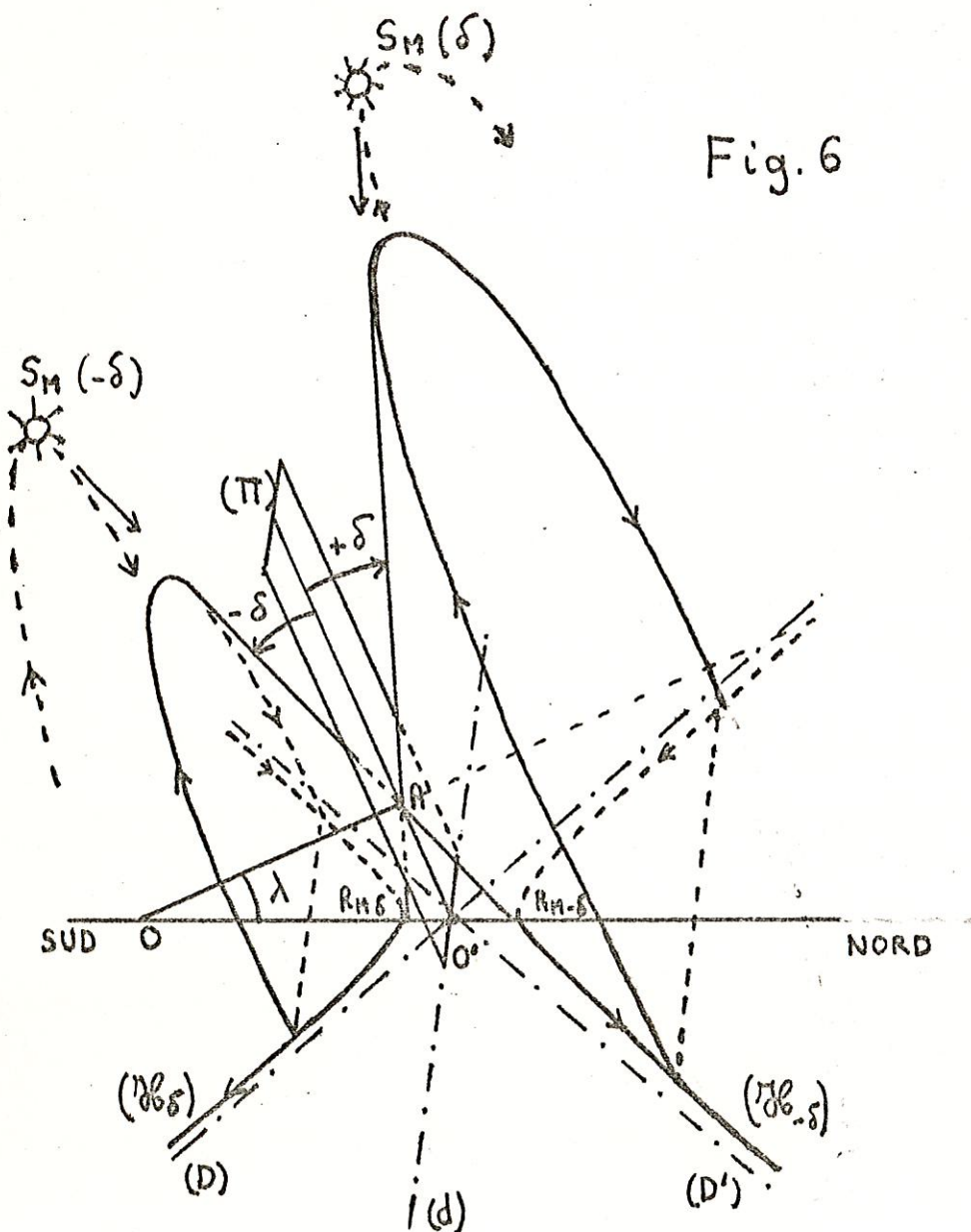


Fig. 6

Quelle est cette trajectoire ?

La figure 6 montre de façon claire que c'est une hyperbole ((D)) correspondant à la valeur choisie pour la déclinaison.

Le rayon solaire AR décrit en effet un cône d'axe OA lors de la rotation diurne. La courbe est donc l'intersection d'un plan avec un cône. Cette intersection est donc une hyperbole sauf cas particuliers (lesquels ?)

O est le foyer de l'hyperbole (pour $\delta > 0$) et O' , intersection du méridien avec le plan (Π) (perpendiculaire en A à OA) est le centre de l'hyperbole, $R_{M\delta}$ en est le sommet.

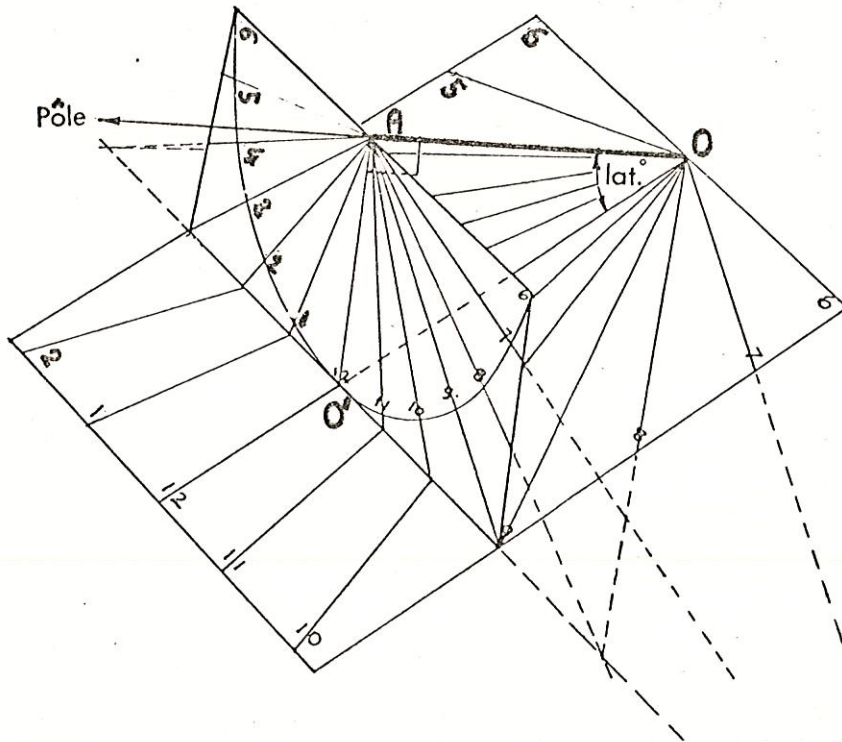
$(H_{-\delta})$ se déduit simplement de (H_{δ}) par homothétie de centre O' et de rapport $O'R_{M-\delta}/O'R_{M\delta}$. Elles ont en particulier mêmes asymptotes (D) et (D'). (A quoi correspondent les directions de (D) et (D') sur le cadran solaire ? A quoi correspond la droite (d), perpendiculaire au méridien ?)

III.- CONSTRUCTION DU CADRAN SOLAIRE HORIZONTAL

III.1.- Tracé des lignes horaires

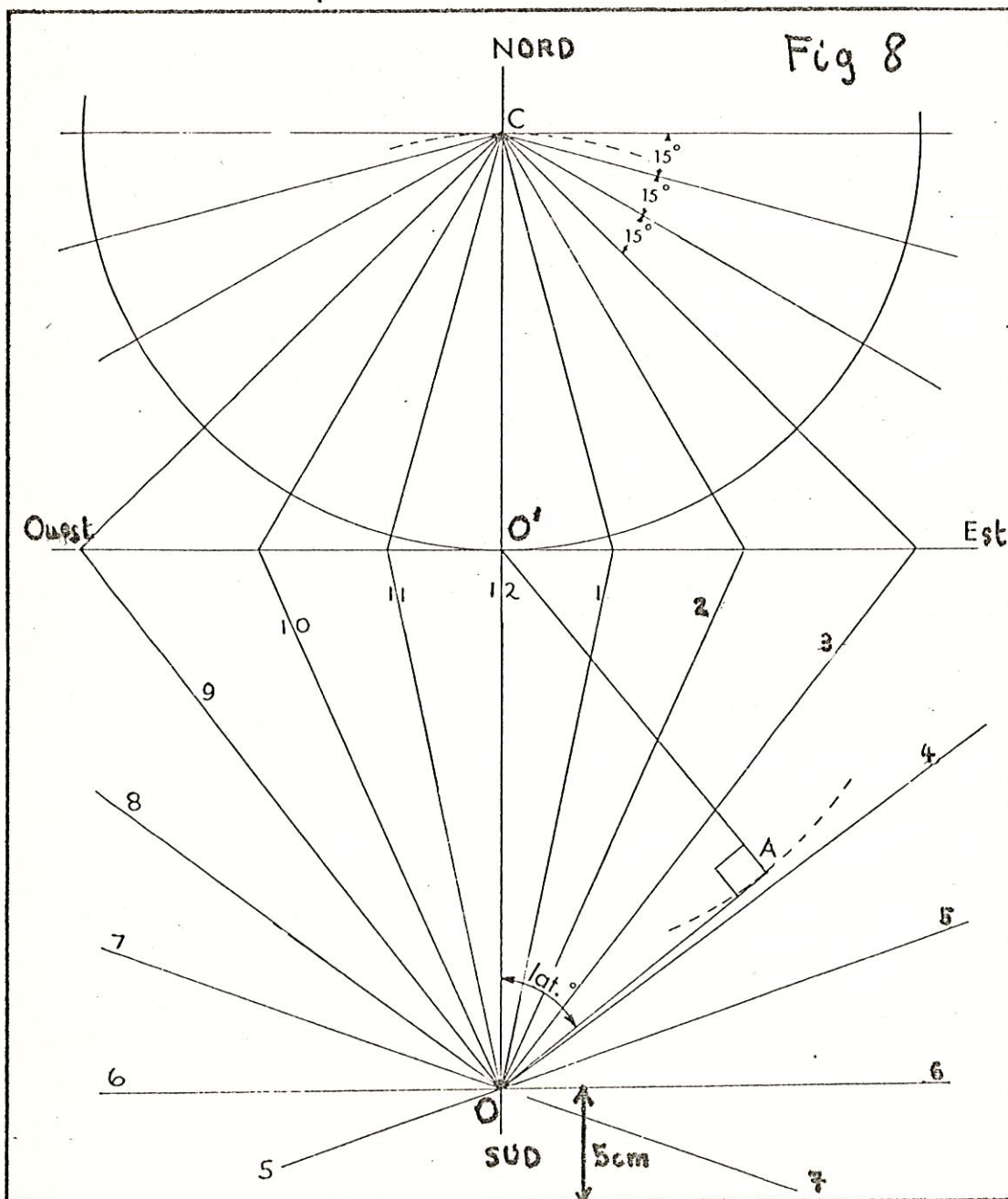
La figure 7 suffit, sans explication supplémentaire, à expliquer le principe de la construction.

Fig. 7



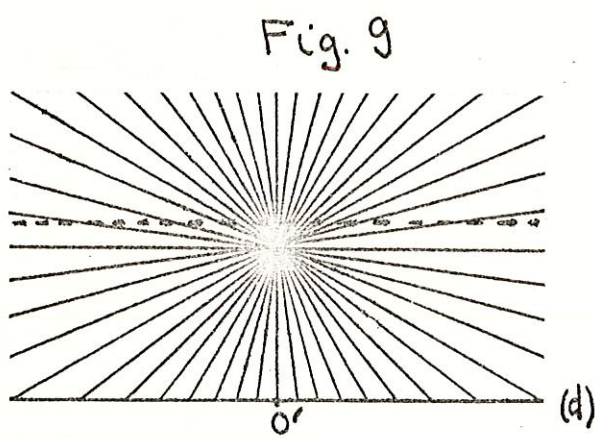
On donne, lors de la séance, un rectangle de carton (25×32) de 2mm d'épaisseur. On choisira le point O à 5cm du bord, au milieu de la largeur. On tracera ensuite le méridien. Il faut bien sûr choisir la latitude (pour Paris, $\lambda = 48^{\circ}50'$).

On peut alors s'en tenir à la reproduction de la figure 7 : on plante une tige OA inclinée d'un angle égal à la latitude sur le plan horizontal de telle sorte que cette tige soit dans le méridien. On fixe en A, perpendiculairement à OA une pièce de carton où on a tracé les angles de 15° en 15° et l'on prolonge les traits jusqu'au plan horizontal pour obtenir les angles β correspondants.



Mais on peut faire plus simplement, dans le plan horizontal lui-même. (fig. 8)

On prendra $OA = 8$ cm. On peut alors déterminer O' et tracer la droite perpendiculaire en O' au méridien (droite (d)) où se feront les correspondances entre angles. Le centre C des angles α est connu d'après $O'C = O'A$. Cette construction pose des problèmes pour les directions $\alpha = 5, 6, 7$ car le carton est limité. Il est donc préférable de tracer les angles α sur une feuille séparée (figure 9).

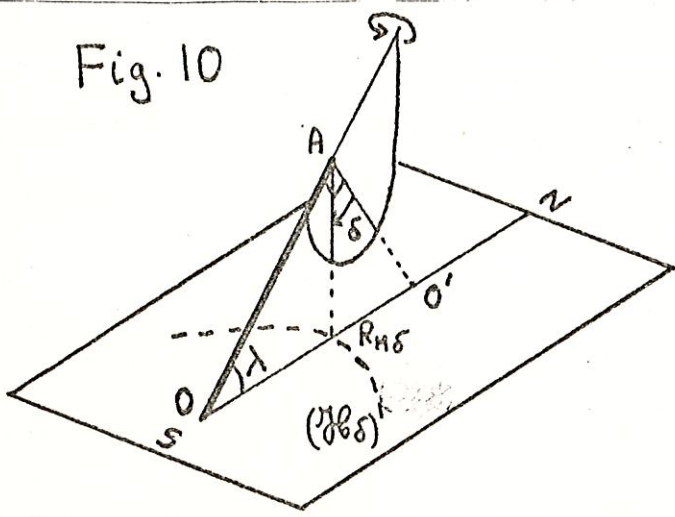


On prendra une feuille de papier millimétré et on tracera les angles de $7^{\circ}5$ en $7^{\circ}5$ (toutes les $\frac{1}{2}$ heures) à partir du centre C de cette feuille. On coupera cette feuille à une distance de C égale à $O'A$ et on appliquera cette feuille le long de (d). On tracera les angles β correspondants.

Pour tracer les angles β extrêmes on coupera la feuille près de C , de façon convenable (pointillé sur la figure 9) et l'on utilisera les angles β déjà tracés pour amener la feuille à la bonne position sur le cadran. (La droite (d) n'est évidemment plus la même).

III.2.- Tracé des hyperboles d'ombre

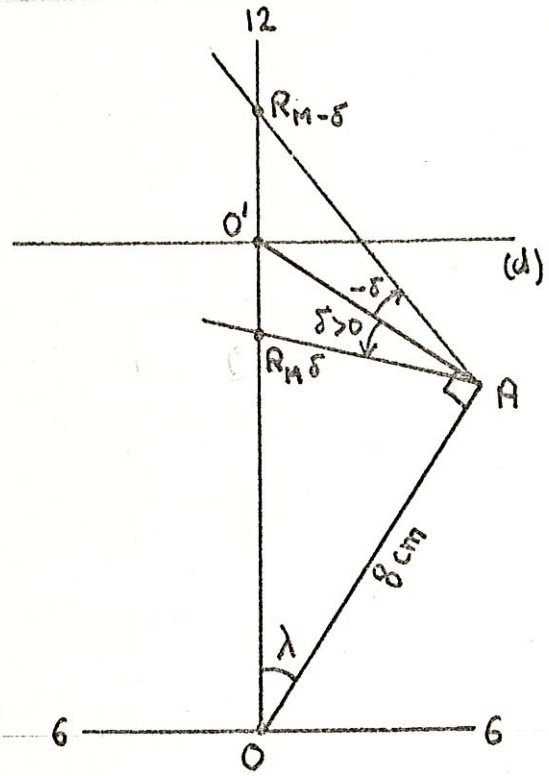
De même que pour les angles horaires, on peut imaginer un procédé



très simple (en théorie) pour tracer les hyperboles (fig. 10).

On colle sur la tige plantée en O, un carton gradué en déclinaisons et l'on fait tourner ce carton en prenant l'intersection des graduations (prolongées par une ficelle, par exemple) avec le plan horizontal. Comme pour les angles horaires, il est plus précis et commode de faire la construction dans le plan horizontal du cadran.

Fig. 11



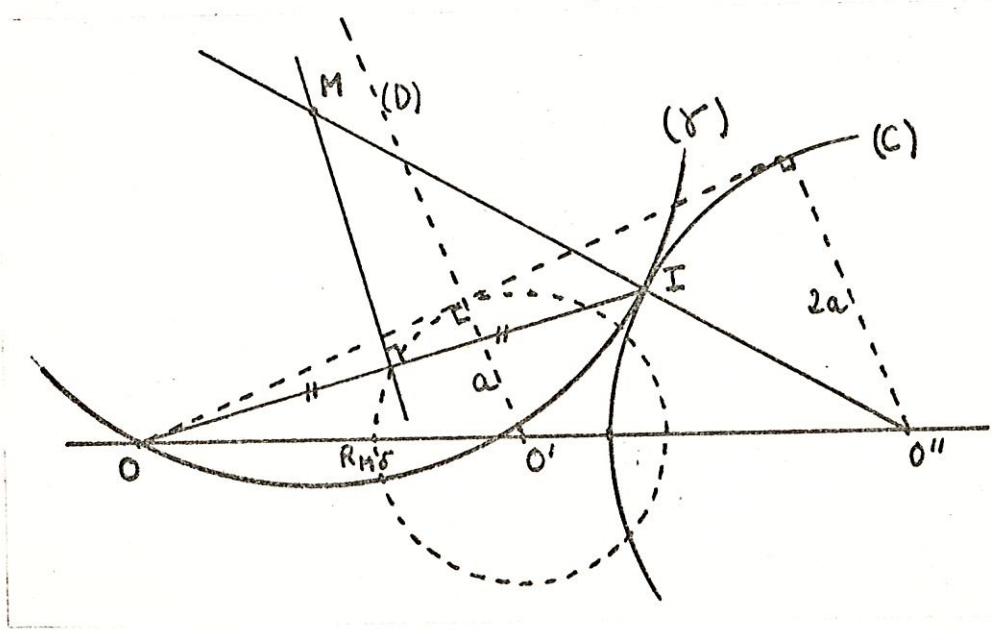
On reprend la figure 9 où l'on a dessiné le triangle OAO'.

On obtient très facilement les points $R_{M\delta}$, sommets des hyperboles (\mathcal{H}_{δ}) (fig. 11).

On peut alors tracer l'hyperbole (\mathcal{H}_{δ}) $\delta > 0$, car l'on connaît le foyer O, le centre O', le sommet $R_{M\delta}$.

On tracera (\mathcal{H}_{δ}) grâce à l'homothétie de centre O' et de rapport $O'R_{M-\delta}/O'R_{M\delta}$. Le tracé de (\mathcal{H}_{δ}) est particulièrement simple si on se rappelle les propriétés géométriques de l'hyperbole (fig. 12).

Fig. 12



Soit O'' le symétrique de O par rapport à O' . Si $OR_{M\delta} = a$, (\mathcal{H}_δ) est l'ensemble des points M tels que $MO'' - MO = 2a$ (par définition). C'est aussi, de façon évidente, l'ensemble des centres des cercles (γ) passant par O et tangents au cercle (C) , de rayon $2a$, centré sur O'' . Cette dernière définition donne le principe de la construction : on choisit le point de tangence I sur (C) . M est alors le point d'intersection de $O''I$ avec la médiatrice de OI . Remarquons que l'asymptote (D) est la perpendiculaire menée par O' à la tangente au cercle (O', a) (ou à (C)) passant par O .

On construira (\mathcal{H}_δ) pour $\delta = 23^\circ 27'$, 20° , 15° , 10° , 5° (et 0°) et par homothétie (\mathcal{H}_δ). La construction d'un point M (près du bord du cadran) sera suffisante pour chaque (\mathcal{H}_δ) (les hyperboles sont peu incurvées).

Le tableau I donne les dates et les valeurs de l'équation du temps correspondantes.

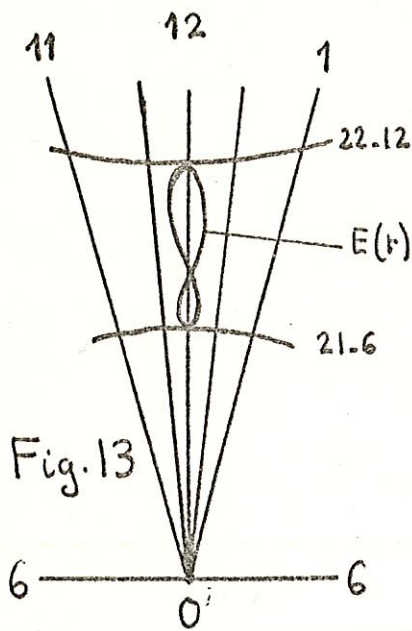
TABLE I

δ	date	$E(t)_{\text{min}}$	date	$E(t)_{\text{min}}$
$+23^\circ 27'$	21.6	-2	21.6	-2
$+20^\circ$	20.5	4	23.7	-6
$+15^\circ$	1.5	3	12.8	-5
$+10^\circ$	16.4	0	27.8	-2
$+5^\circ$	2.4	-4	10.9	3
0°	21.3	-7	23.9	7
-5°	8.3	-11	6.10	12
-10°	23.2	-13,5	19.10	15
-15°	8.2	-14	3.11	16
-20°	21.1	-11	22.11	14
$-23^\circ 27'$	22.12	2	22.12	2

On portera les dates correspondantes sur les hyperboles

III.3.- L'équation du temps

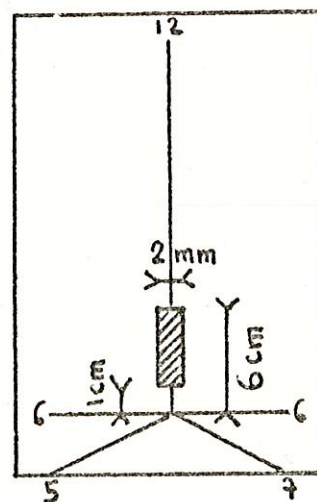
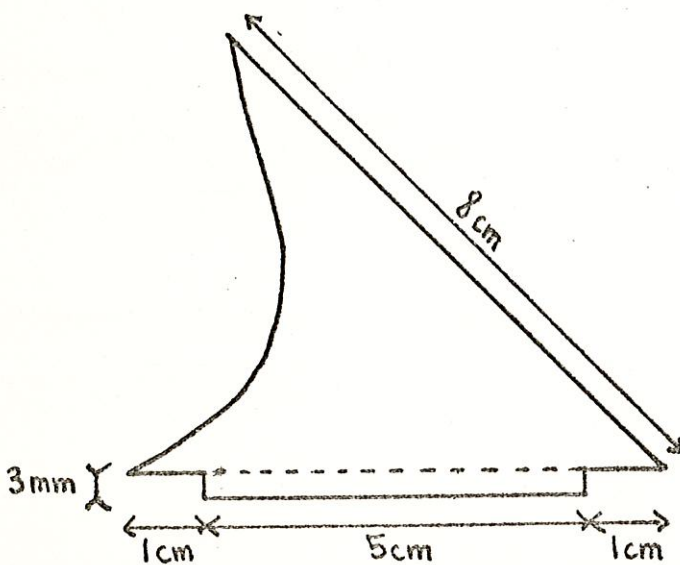
On tracera la correction d'équation du temps autour du méridien (figure 13), connaissant E(t) aux dates choisies pour tracer les hyperboles. On fera attention de porter la correction dans le bon sens de part et d'autre du méridien
(TSM = TSV + E(t))



III.4.- Construction du gnomon

La figure 14 montre le gnomon que l'on pourra construire ainsi que la fente que l'on devra creuser dans le cadran pour l'y insérer.

Fig. 14



III.5.- Application

- Quel(s) moyen(s) simple(s) suggérez-vous pour orienter votre cadran solaire ?

- Le 25 mai 1978 votre cadran indique 10h30. Vous êtes à Saint-Malo. Quelle heure est-il ?

- Vous êtes à Strasbourg le 4 janvier 1978. Il est 15h, qu'indique votre cadran solaire ?

CONSEIL : N'oubliez quand même pas votre montre.

ANNEXE : Valeurs de $E(t)$ (mn)

Mois Jour	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	4	14	13	4	-3	-2	3	6	0	-10	-16	-11
4	5	14	12	3	-3	-2	4	6	-1	-11	-16	-10
7	6	14	11	2	-3	-2	5	6	-2	-12	-16	-9
10	8	14	10	1	-4	-1	5	5	-3	-13	-16	-7
13	9	14	10	1	-4	0	6	5	-4	-14	-16	-6
16	10	14	9	0	-4	0	6	4	-5	-14	-15	-4
19	11	14	8	-1	-4	1	6	4	-6	-15	-15	-3
22	12	14	7	-1	-4	2	6	3	-7	-15	-14	-2
25	12	13	6	-2	-3	2	6	2	-8	-16	-13	0
28	13	13	5	-2	-3	3	6	1	-9	-16	-12	2

Références

Practical Work in Elementary Astronomy (MINNAERT M.G.J.)

Midi au Soleil (BOURGE P.)

Experiments in astronomy for amateurs (KNOX R.)