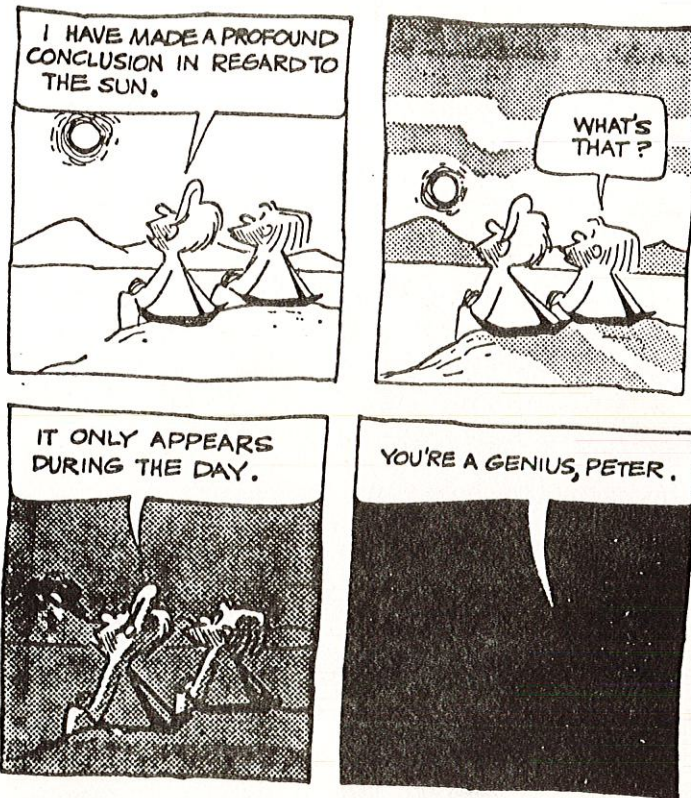
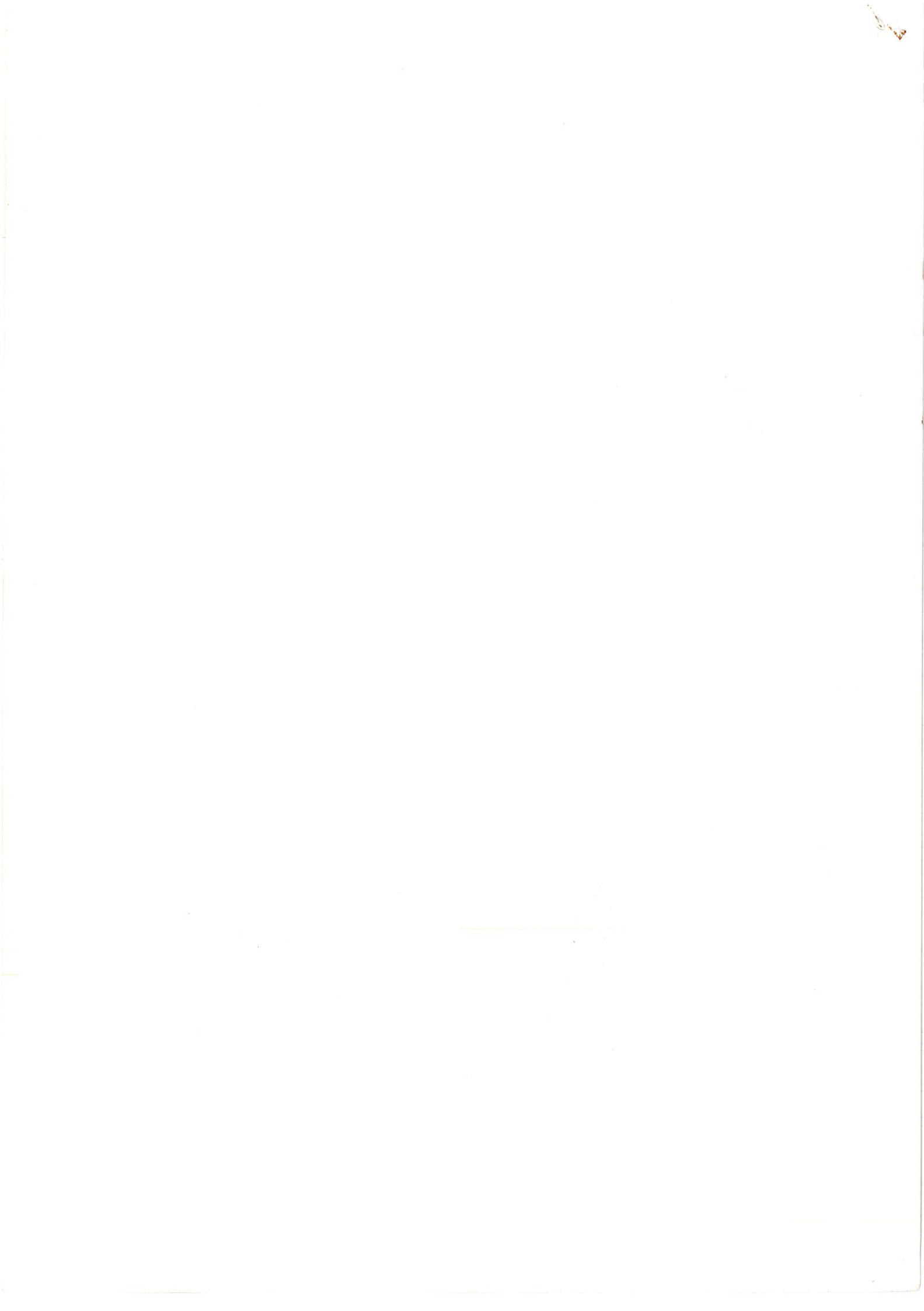


QUELQUES EXEMPLES DE LA DETERMINATION DES CONDITIONS PHYSIQUES DES ASTRES

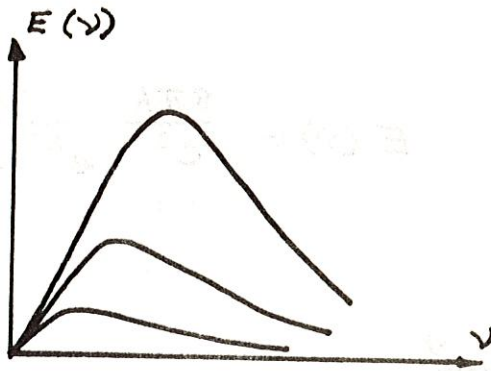
A PARTIR DE LEUR RAYONNEMENT CONTINU





Quelques formules utiles

Distribution spectrale du rayonnement d'un milieu opaque - Loi de Planck:



$$E(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/KT} - 1} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$$

Position du maximum de la distribution de Planck - Loi de Wien:

$$\lambda(E_{\max}) = \frac{.2898}{T} \text{ cm}$$

Energie totale émise par cm^2 par la surface d'un milieu opaque - Loi de Stefan:

$$\begin{aligned} E &= \sigma T^4 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \\ &= 5.669 \times 10^{-4} T^4 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \end{aligned}$$

Puissance rayonnée par un plasma tenu par le bremsstrahlung thermique:

$$E(\nu) \propto T^{-1/2} e^{-h\nu/KT} \text{ erg s}^{-1}$$

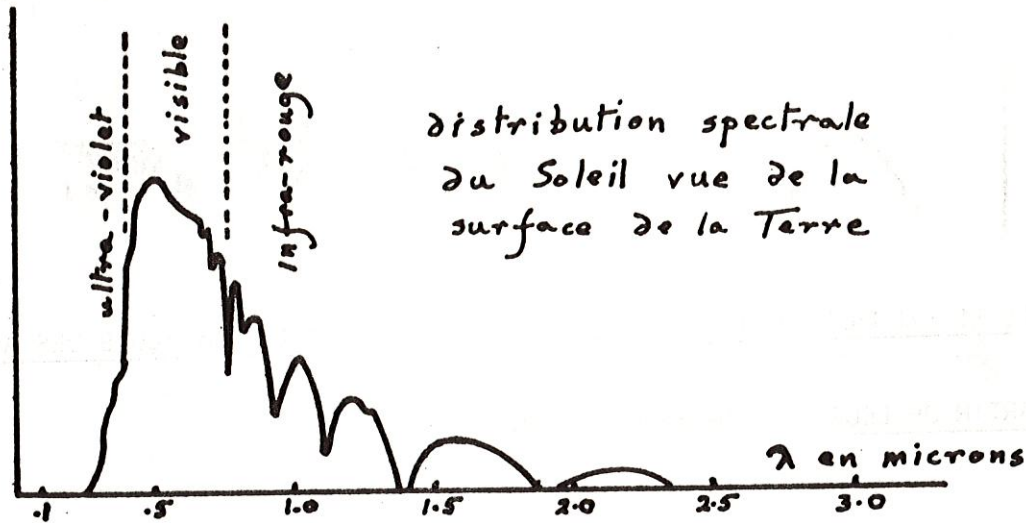
Durée de vie d'émission d'un électron très relativiste dans un champ magnétique \bar{B} :

$$\tau \approx 5 \times 10^{11} \bar{B}^{-3/2} \nu^{-1/2} \text{ s}$$

où ν est la fréquence dominante de l'émission (en Hz).

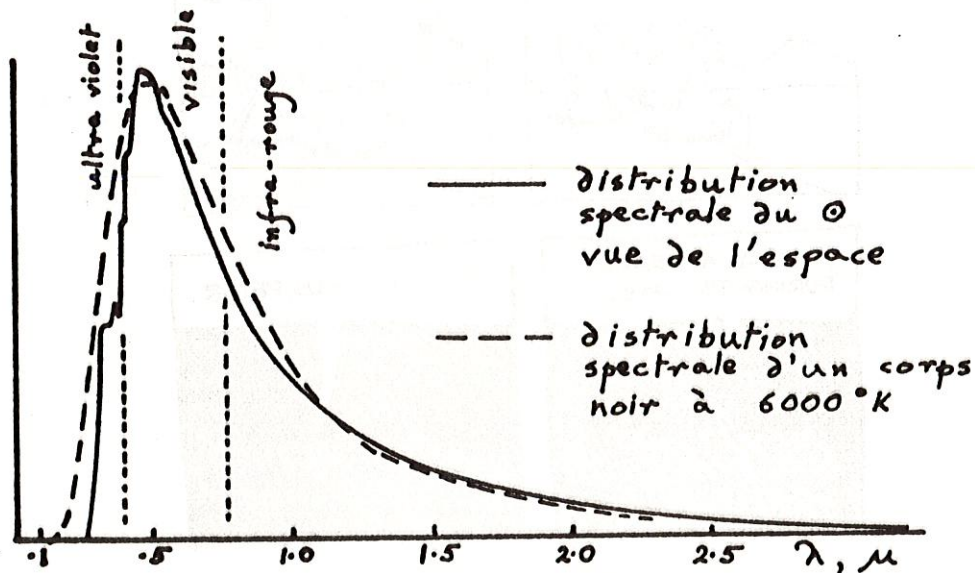
1 - La température de la photosphère du Soleil.

On observe que la distribution spectrale, entre 1 et 3, du rayonnement solaire reçu à la surface de la Terre a la forme suivante:



On remarque les "trous", par exemple à .95 , 1.4 , 1.9 etc. Ces "trous" sont interprétés comme étant dus à l'absorption par les diverses composantes de l'atmosphère terrestre, comme l'ozone O_3 , le CO_2 , la vapeur d'eau, etc.

En effet, en dehors de l'atmosphère, la distribution spectrale présente l'aspect suivant (ligne continue):



Cette courbe rappelle la forme de la loi de Planck. Or, on connaît la valeur de la surface du Soleil; par conséquent il ne reste qu'un seul paramètre variable à trouver: la température.

On peut tracer les différentes courbes de Planck qui correspondent à diverses températures: la courbe ayant le meilleur accord donne la température de la photosphère. Sur la figure, cette courbe est tracée en pointillé-elle correspond à une température de $6000K$.

Par ailleurs, on remarque que la distribution observée atteint un maximum pour une longueur d'onde de $.508 \mu = 5080 \text{ \AA}$. Selon la loi de Wien:

$$T = \frac{2898}{\lambda \text{ (cm)}}$$

ce qui donne:

$$T = 5700 \text{ K.}$$

On peut aussi, avec un bolomètre en orbite, mesurer directement l'énergie totale rayonnée par le Soleil en une seconde: on trouve (constante solaire):

$$E = 3.9 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$$

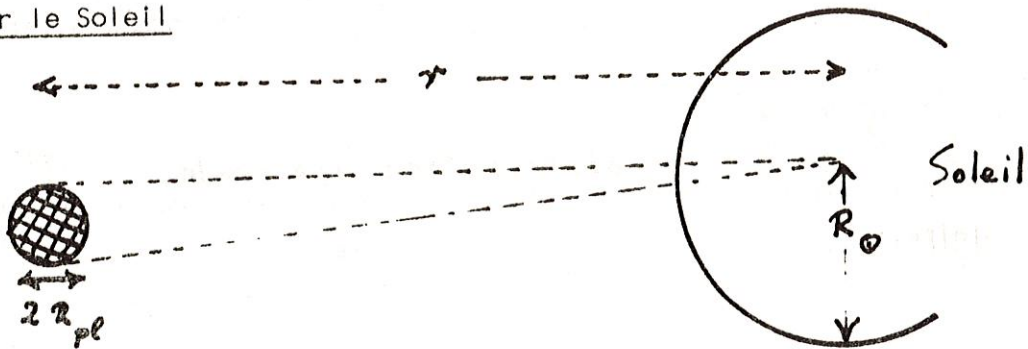
Selon la loi de Stefan:

$$T = \left[\frac{3.9 \times 10^{33}}{\sigma \times 4 \pi R_0^2} \right]^{1/4}$$

$$= 5800 \text{ K}$$

Question: A partir de 3 lois "impeccablement correctes", nous avons trouvé 3 valeurs différentes pour la même grandeur. Pourquoi?

2 - Estimation théorique de la température à la surface d'une planète éclairée par le Soleil



Considérons un corps sphérique de rayon R_{pl} à une distance r du Soleil. On suppose que le corps absorbe tout le rayonnement incident et qu'il tourne très vite sur son axe (pourquoi cette dernière hypothèse?)

D'après la loi de Stefan, l'énergie totale rayonnée par le Soleil par sec. est E_{\odot} :

$$E_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4$$

Cette énergie est rayonnée dans toutes les directions. Or, la surface d'une sphère ayant le rayon de l'orbite planétaire est égale à : $4\pi r^2$.

La planète présente au Soleil un disque de surface πR_{pl}^2 par conséquent, dans une première approximation, la planète absorbe une fraction $\pi R_{pl}^2 / 4\pi r^2$ de l'énergie totale émise par le Soleil. On a alors :

$$E_{\text{planète}}^{\text{reçue}} = \frac{\pi R_{pl}^2}{4\pi r^2} E_{\odot}$$

La surface de la planète étant à la température T :

$$E_{\text{planète}}^{\text{rayonnée}} = 4\pi R_{pl}^2 \sigma T^4$$

A l'équilibre thermique :

$$E_{\text{planète}}^{\text{reçue}} = E_{\text{planète}}^{\text{rayonnée}}$$

d'où :

$$T = 6000 \left(\frac{R_{\odot}}{2r} \right)^{1/2}$$

Nous avons supposé que la température de la photosphère solaire

est 6000 K.

On remarque que la température superficielle n'est pas fonction du rayon de la planète.

Question: Estimer par cette méthode la température moyenne à la surface de la Terre. La température moyenne mesurée est de 295 K. Expliquez.

3 - Domaine spectral où les corps du système solaire émettent leur propre rayonnement

Considérons deux cas particuliers - Jupiter et Mercure. Selon la relation de (2), la température au sommet des nuages de Jupiter (pourquoi là?) devrait être 120 K environ tandis que la température superficielle de Mercure devrait être 400 K environ.

On voit alors que les températures superficielles des corps du système solaire sont dans le domaine de quelques centaines de degrés. Prenons 200 K comme valeur représentative. On a supposé que le rayonnement est celui d'un corps noir - par conséquent, la courbe d'émission trouve son maximum à la longueur d'onde:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{2898}{T} \text{ cm} \\ &= 0.5 \times 10^{-3} \text{ cm}\end{aligned}$$

Ce domaine spectral correspond au rayonnement infra-rouge ou radio. Donc, pour étudier les propriétés thermiques des planètes, il faut les observer en infra-rouge ou en radio.

Question: Pourquoi le rayonnement du Soleil ne nous gêne pas quand nous étudions les planètes en infra-rouge? ^{lointaine}

4 - La température superficielle de la Lune

Jusqu'à une longueur d'onde d'environ 5μ , le rayonnement lunaire est essentiellement le rayonnement solaire réfléchi. Donc, sa distribution spectrale ne peut pas nous renseigner sur la température superficielle de la Lune.

Par contre, la Lune va émettre la plupart du rayonnement absorbé, dans un domaine spectral autour de $\approx 10\mu$.

L'atmosphère terrestre est très opaque à l'infra-rouge, sauf dans

quelques rares "fenêtres" -par exemple, autour de 10μ , et aux longueurs d'onde supérieures à 1mm. Par conséquent, il n'est pas question de tracer la courbe de Planck pour la Lune à toutes les fréquences, ni même d'identifier où se trouve le maximum d'émission.

En effet, on suppose que le rayonnement est celui d'un corps noir; on a alors

$$E(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} A \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{erg s}^{-1}$$

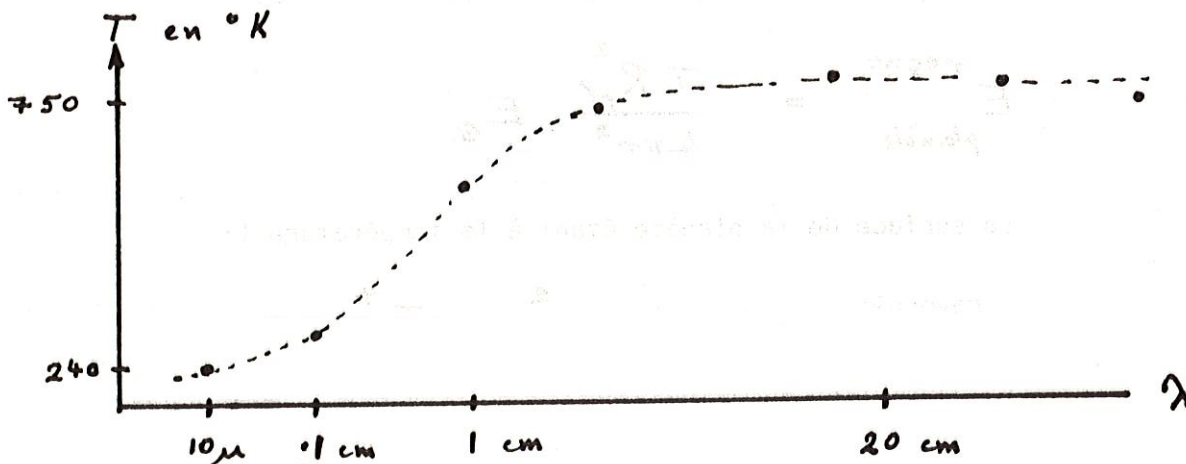
où A est la surface de la Lune.

Or, on connaît la valeur de A; donc, en principe, il suffit de mesurer l'énergie rayonnée par la Lune à une fréquence donnée pour en pouvoir estimer la température.

Question: De telles mesures faites à différentes ν devraient donner la même valeur de T. Dans le cas de la Lune, pourtant, cela n'est pas vrai; trouver une explication plausible sans abandonner la loi de Planck.

5 - Température de Vénus

La méthode proposée en (4) a été utilisée pour déterminer la température de Vénus à plusieurs longueurs d'onde, depuis 0.8μ jusqu'à environ 70 cm. On remarque que la température croît en fonction de la longueur d'onde utilisée pour l'estimation.

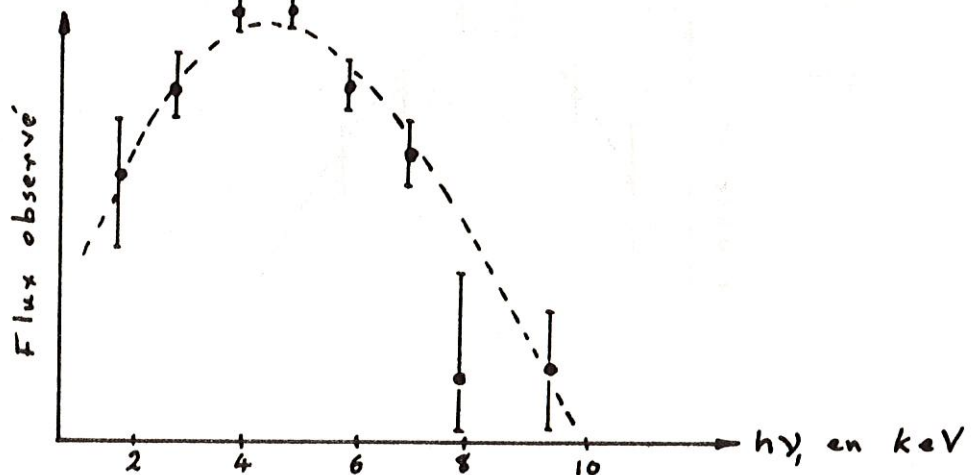


Au-delà de 20 cm, la température atteint un plateau d'environ 750 K - c'est la valeur trouvée à la surface par les sondes soviétiques. La valeur de 240 K a été trouvée au sommet des nuages par la même sonde.

Expliquez la courbe de température en fonction de la valeur de la longueur d'onde. Est-ce un phénomène analogue au problème posé en (4)?

6 - La source Cyg X-3

Cette source stellaire émet la plupart de son énergie dans le domaine de rayons X. Dans ce domaine, sa distribution spectrale est:



A l'heure actuelle, on ignore la nature de cette source. Pourtant, sa distribution spectrale peut être assimilée à la courbe de Planck (avec les erreurs, on peut l'assimiler à presque tout ce qu'on veut!): si on admet cette identification, (courbe tracée sur la figure) on remarque que l'on peut calculer la température de la source.

Quelle est la température de Cyg X-3?

7 - Le rayon d'un astéroïde

Les dimensions des astéroïdes ne dépassent pas quelques centaines de kilomètres; elles sont donc très difficiles à estimer (mesures directes impossibles).

Considérons un astéroïde de rayon r ; on suppose qu'une fraction A de la lumière incidente est réfléchi (albédo = A).

La brillance optique de l'astéroïde est proportionnelle à $r^2 A$ (la constante de proportionnalité étant, entre autres, fonction de la distance de l'astéroïde). En principe, on peut mesurer cette brillance.

L'astéroïde absorbe une fraction $r^2(1-A)$ de l'énergie solaire: cette quantité d'énergie sera re-rayonnée dans le domaine infra-rouge.

En principe, nous pouvons mesurer, avec un bolomètre approprié, l'émission infra-rouge de l'astéroïde.

Nous pouvons donc estimer les deux quantités $r^2 A$ et $r^2(1-A)$, ce qui nous permet de calculer r et A .

A l'heure actuelle, cette méthode est la plus précise dont nous disposons pour la détermination indépendante de la dimension et de l'albédo d'un petit corps dans le système solaire.

8 - Pourquoi ne peut-on estimer le rayon d'une étoile par la méthode de (7)?

9 - Température d'une étoile à partir de deux longueurs d'onde

Comme la loi de Planck, aussi bien que la loi de Stefan:

$$E(\nu) \propto 4\pi R_*^2 \nu^3 / [e^{h\nu/kT} - 1]$$

$$E \propto 4\pi R_*^2 T^4$$

font intervenir le rayon R_* d'une étoile, on voit qu'il n'est pas possible de déterminer la température d'une étoile de rayon R_* inconnue à partir de l'émission mesurée à une seule fréquence. De plus, il n'est pas toujours possible d'identifier la fréquence où l'émission atteint son maximum. (par exemple, ce maximum peut tomber dans un domaine spectral hors de la sensibilité du détecteur utilisé).

Pourtant on remarque que, si l'émission est mesurée à deux fréquences, le rapport $E(\nu_1)/E(\nu_2)$ est indépendant du rayon!

Il est souvent intéressant d'exprimer $E(\nu)$ sous forme logarithmique (ceci correspond à la définition des magnitudes stellaires); on a:

$$\begin{aligned} \log \frac{E(\nu_1)}{E(\nu_2)} &= \log E(\nu_1) - \log E(\nu_2) \\ &= 3 \log \frac{\nu_1}{\nu_2} - \log \frac{[e^{h\nu_1/kT} - 1]}{[e^{h\nu_2/kT} - 1]} \end{aligned}$$

On peut alors déterminer la température T en connaissant $E(\nu)$ et $E(\nu_2)$.

Si $h\nu/kT > 1$, cette relation prend une forme particulièrement simple:

$$E(\nu) \propto \nu^3 e^{-h\nu/kT} \quad \text{pour } h\nu/kT > 1$$

d'où :

$$\log E(\nu_1) - \log E(\nu_2) = 3 \log \frac{\nu_1}{\nu_2} + \frac{2.5h \log e}{k} (\nu_2 - \nu_1) \cdot \frac{1}{T}$$

Dans cette relation, on a supposé que l'émission a été mesurée de façon absolue - par exemple, en $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2}$. Cette opération n'est pas toujours possible ni commode, surtout si ν_1 et ν_2 sont dans deux domaines spectraux très

différents (problème d'erreurs systématiques inconnues, différentes quand les détecteurs ne sont pas les mêmes) ou ^{si} on travaille dans le domaine du visible où l'émission est souvent mesurée par le noircissement d'une plaque photographique (problème d'étalonnage). Il est alors parfois préférable de mesurer les flux par rapport aux flux d'une étoile étalon dont on est censé connaître la température par d'autres méthodes. En mettant $E_*(\lambda)$, $E_*(\lambda_2)$, T_* pour les paramètres de l'étoile étalon, on voit que (pour le cas $h\nu > kT$):

$$\log \frac{E(\lambda_1)}{E_*(\lambda_1)} - \log \frac{E(\lambda_2)}{E_*(\lambda_2)} = \frac{2.5 h \log e}{k} (\lambda_2 - \lambda_1) \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_*} \right]$$

Les erreurs systématiques disparaissent, et on remarque que cette mesure différentielle nous donne la température de l'étoile.

Nous reverrons cette expression plus tard sous le nom "la couleur" de l'étoile.

10 - Détermination du rayon d'une étoile à partir de son flux intégré.

Il est parfois possible de déterminer l'énergie d'une étoile E intégrée sur toutes les longueurs d'onde (soit directement par mesure directe en-dehors de l'atmosphère de la Terre, soit indirectement par mesures faites à quelques fréquences) et sa température T .

Selon la loi de Stefan:

$$E = 4\pi R^2 \sigma T^4 ;$$

on peut alors, en principe, estimer le rayon stellaire R .

Comme avant, il se présente souvent des problèmes d'étalonnage; il convient alors d'exprimer cette relation par rapport à une étoile dont on connaît indiscutablement le rayon et la température (?) - le Soleil. On a:

$$\frac{E}{E_\odot} = \frac{R^2 T^4}{R_\odot^2 T_\odot^4}$$

Sous forme logarithmique, on obtient:

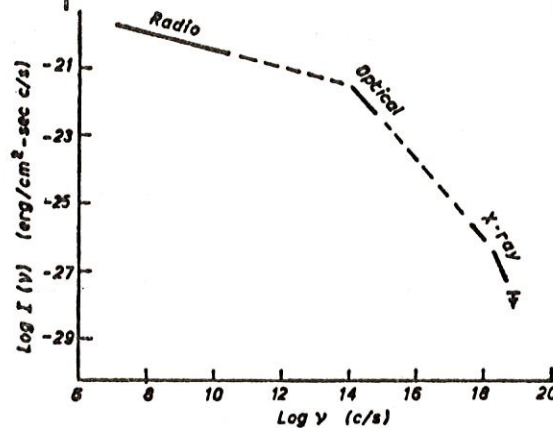
$$\log E - \log E_\odot = 4 \log \frac{T}{T_\odot} + 2 \log \frac{R}{R_\odot}$$

Cette expression nous permet de classer les étoiles selon leur rayon (voir plus loin - digramme H-R).

11 - Le rayonnement continu de la nébuleuse du Crabe a été étudié dans les domaines radio, optique et X. On observe dans chacun de ces domaines une dis-

tribution spectrale en loi de puissance ($E \propto \nu$) mais avec des indices α différents. On trouve que les puissances rayonnées en radio, optique et X sont proportionnelles à $1, 10^{-2}, 10^{-6}$ environ. Le rayonnement continu est polarisé.

Fréquence type	Domaine spectral	Indice
10^{11} Hz	Radio: $10^7 - 10^{11}$ Hz	-0.26
10^{14} Hz	Optique: $5 \times 10^{13} - 5 \times 10^{14}$	-1.0
10^{18} Hz	Rayons-X: $10^{17} - 10^{18}$	-1.2



Cette émission ne ressemble pas la courbe de Planck. Il a été proposé que le rayonnement est une émission Bremmstrahlung thermique d'un gaz tenu à environ 10^5 K.

Considérons d'abord le domaine radio. Dans ce domaine:

$$\frac{h\nu}{KT} \approx 6 \times 10^{-5} \quad \text{pour un gaz à } 10^5 \text{ K}$$

Par conséquent, l'expression pour une émission Bremmstrahlung

$$E(\nu) \propto T^{-1/2} e^{-h\nu/KT}$$

est pratiquement indépendante de ν : l'indice spectral -0.26 dans le domaine radio est donc compatible avec un processus Bremmstrahlung thermique.

Avec cette hypothèse de travail, on peut estimer les puissances relatives qui devraient être rayonnées dans les différents domaines spectraux

$$\begin{aligned} E(\text{radio}) : E(\text{optique}) : E(X) \\ &= 1 : e^{-10^{14} h / 10^5 K} : e^{-10^{18} h / 10^5 K} \\ &= 1 : e^{-0.07} : e^{-7.00} \\ &\approx 1 : 1 : 10^{-300} \end{aligned}$$

On observe des rapports $1 : 10^{-2} : 10^{-6}$!

Il se trouve qu'on ne peut pas sauver la situation avec d'autres valeurs plausibles de T ; on conclut que l'hypothèse d'une émission bremsstrahlung n'est pas compatible avec l'ensemble des observations.

On a aussi proposé que l'émission continue est due à la présence dans la nébuleuse d'électrons relativistes.

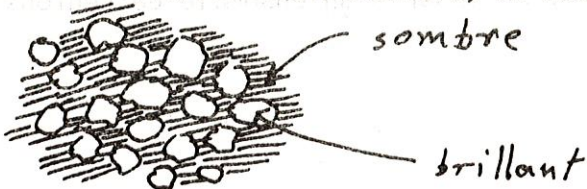
a/ Cette hypothèse, est-elle compatible avec l'observation d'un rayonnement polarisé?

b/ En supposant que le champ magnétique est de l'ordre de 10^{-3} gauss, estimer le temps pendant lequel un électron émet une quantité importante d'énergie (faites le calcul pour les trois domaines spectraux).

c/ La nébuleuse du Crabe a été observée depuis 2 siècles. Qu'en concluez-vous?

12 - Fluctuations de température sur la photosphère du Soleil

Le disque solaire n'est pas éclairé uniformément : avec une bonne résolution instrumentale, on observe un ensemble de régions brillantes de toutes formes, disposées irrégulièrement et séparées par des "couloirs" sombres. On appelle ce phénomène "la granulation" du Soleil.



La dimension typique d'un "granule" brillant est d'environ 1800 km ; une région donnée a une durée de vie d'une dizaine de minutes.

D'après la loi de Stefan, les régions brillantes (grande quantité d'énergie par sec par cm^2) sont plus chaudes que les régions sombres (quantité d'énergie par sec par cm^2 plus faible).

Or, on peut mesurer, avec un photomètre approprié, la brillance moyenne des granules (I_{grn}) et de la région intergranulaire (I_{inter}). On peut chiffrer cette différence par la quantité B :

$$B = \frac{I_{\text{grn}} - I_{\text{inter}}}{I_{\text{grn}}}$$

Expérimentalement, on trouve $B \approx \frac{1}{6}$. Quelle est la différence de température ΔT entre les granules et la région intergranulaire ?

D'après la loi de Stefan :

$$I = \sigma T^4 \quad \text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$$

En supposant que nous pouvons assimiler la photosphère du Soleil à un corps noir, et que les fluctuations de température sont petites :

$$\begin{aligned}
 I_{\text{grn}} - I_{\text{inter}} &= \Delta I \\
 &= \Delta (\sigma T^4) \\
 &= 4 \sigma T^3 \Delta T
 \end{aligned}$$

Par conséquent :

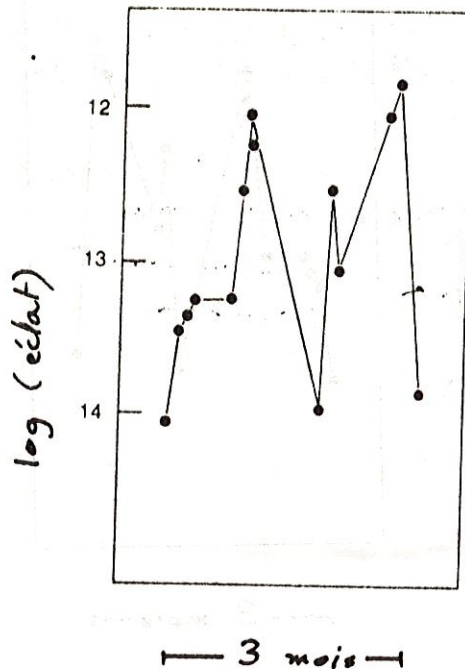
$$\begin{aligned}
 B &= \frac{I_{\text{grn}} - I_{\text{inter}}}{I_{\text{grn}}} \\
 &= \frac{4 \sigma T^3 \Delta T}{\sigma T^4} \\
 &= \frac{4 \Delta T}{T}
 \end{aligned}$$

On observe que $B = 1/6$. On trouve donc :

$$\frac{4 \Delta T}{T} = \frac{1}{6}$$

d'où

$$\begin{aligned}
 \Delta T &= \frac{T}{24} \\
 &\approx \frac{6000}{24} \\
 &= 250
 \end{aligned}$$

13 - Limite supérieure à la dimension d'un quasar

La figure montre les variations d'éclat du quasar pendant une période de quelques mois : on remarque des variations irrégulières importantes, dont l'échelle de temps caractéristique est de l'ordre de 2 mois.

Peut-on trouver une limite supérieure pour la région émettrice qui en est responsable ?

Considérons un modèle hypothétique : on suppose que le quasar est composé d'un ensemble de petits objets qui ne sont pas résolus individuellement par le télescope. Pour "expliquer" les variations de brillance, on va supposer que, de temps à autre, un de ces petits objets subit une "explosion" gigantesque (façon très savante de cacher notre ignorance !).

Supposons que ces "explosions" arrivent de façon indépendante, c'est-à-dire que les différentes explosions ne sont pas liées. On remarque que le modèle ne peut pas expliquer des variations importantes de luminosité, car, en moyenne, il va y avoir à chaque instant une explosion quelque part dans le quasar. La variation de la luminosité globale d'un ensemble d'objets qui varient de façon aléatoire et indépendante est fortement amortie.

Pour obtenir une variation globale importante, il faut supposer que les composantes individuelles varient plus ou moins en phase : chaque composante "sait" quand les autres se déclenchent. Pour "savoir", il faut qu'un

"signal" passe d'une composante à une autre. Or, le "signal", quelle que soit sa forme, ne peut pas traverser le quasar plus rapidement que la lumière. Donc, si la dimension caractéristique du quasar est L , le retard entre le "déclenchement" d'une composante et la diffusion de "l'information" dans le quasar ne peut pas être inférieur à L/c , où c est la vitesse de lumière dans le vide. Par conséquent, le quasar dans son ensemble ne peut pas changer d'éclat à une échelle de temps plus petite que L/c environ.

On observe des variations importantes avec un temps caractéristique de l'ordre de 2 mois. Par conséquent :

d'où

$$\frac{L}{c} \gtrsim 2 \text{ mois}$$

$$L \gtrsim 2 \text{ mois lumière}$$

$$L \gtrsim 10^{17} \text{ cm.}$$

Remarquons maintenant que la conclusion est valable quel que soit le modèle du quasar ou le processus d'émission ; nous avons choisi un modèle particulier pour mieux éclairer la démarche seulement.

Question : On observe que la largeur des pulsations des pulsars est parfois de quelques millisecondes. Trouver une limite supérieure à la dimension de la région émissive d'un pulsar.